

## 0.1 Optik

- 1) Weshalb trifft nur ein kleiner Anteil des Sonnenlichts auf die Erde? Weshalb erscheint uns das Weltall als dunkel?

**Lösung:** Das Licht breitet sich von der Sonne geradlinig in alle Richtungen unseres Sonnensystems aus. Nur der schmale Lichtkegel, der dabei auf die Erde trifft, wird von uns direkt wahrgenommen. Zusätzlich können wir das Sonnenlicht wahrnehmen, wenn es auf andere Himmelskörper (vor allem Planeten und Kometen) trifft.

Da das übrige Sonnenlicht unser Auge nicht erreicht, erscheint uns das restliche Weltall als dunkel.

- 2) Weshalb kann das Licht nicht – ähnlich wie das Wasser – in einem Behälter eingefangen und aufbewahrt werden?

**Lösung:** Die Zeit, die das Licht zum Durchqueren eines Zimmers benötigt, beträgt weniger als  $\frac{1}{100000000}$  s. Zwar wird das Licht beim Durchqueren von verschiedenen "optisch dichten" Stoffen (beispielsweise Wasser) etwas abgebremst, doch ist es stets so schnell, dass es für eine konstante Beleuchtung ständig von einer Lichtquelle neu erzeugt werden muss.

Das "Einfangen" von winzigen Lichtmengen in einem lichtundurchlässigen Behälter ist zwar möglich, doch können wir es dann nicht sehen – dafür müsste das Licht ja aus dem Behälter entweichen und in unsere Augen gelangen.

- 3) Welche der Stoffe aus der folgenden Liste eignen sich dazu, das Licht direkt (wie ein Spiegel) zu reflektieren? Welche Eigenschaften müssen die Oberflächen dafür besitzen?  
Fensterglas, Kalkstein, Mehl, Eis, Mattglas, Granit, Kochsalz, Schnee, Kunststoff, Diamant, Zucker, Wasser, Holz, Metall, Sirup, Nebel

**Lösung:** Damit das Licht direkt reflektiert wird, muss der Stoff eine glatte Oberfläche haben. Beispiele sind: Fensterglas, Eis, Kochsalz, Schnee, Kunststoff (geschliffen und poliert), Diamant, Zucker, Wasser, Metall, Sirup.

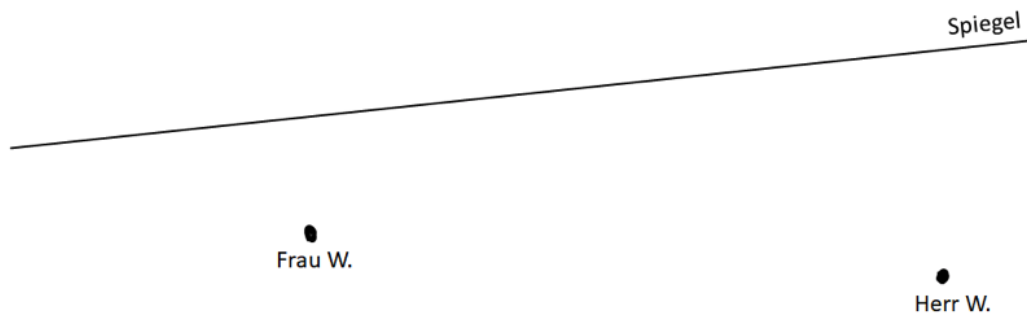
- 4) Weshalb können wir nachts Sterne sehen, die unvorstellbar weit entfernt sind, aber auf der Erde eine Lichtquelle kaum 50 km weit sehen?

**Lösung:** Das Licht, welches von den Sternen zur Erde gelangt, trifft auf seinem Weg durch das Weltall auf kein Hindernis. Das heisst, das Licht breitet sich daher geradlinig und fast "verlustfrei" über beliebig langen Strecken aus. Nachts können wir, wenn der Himmel nicht zu bewölkt oder neblig ist, dieses Licht daher auch auf der Erde beobachten.

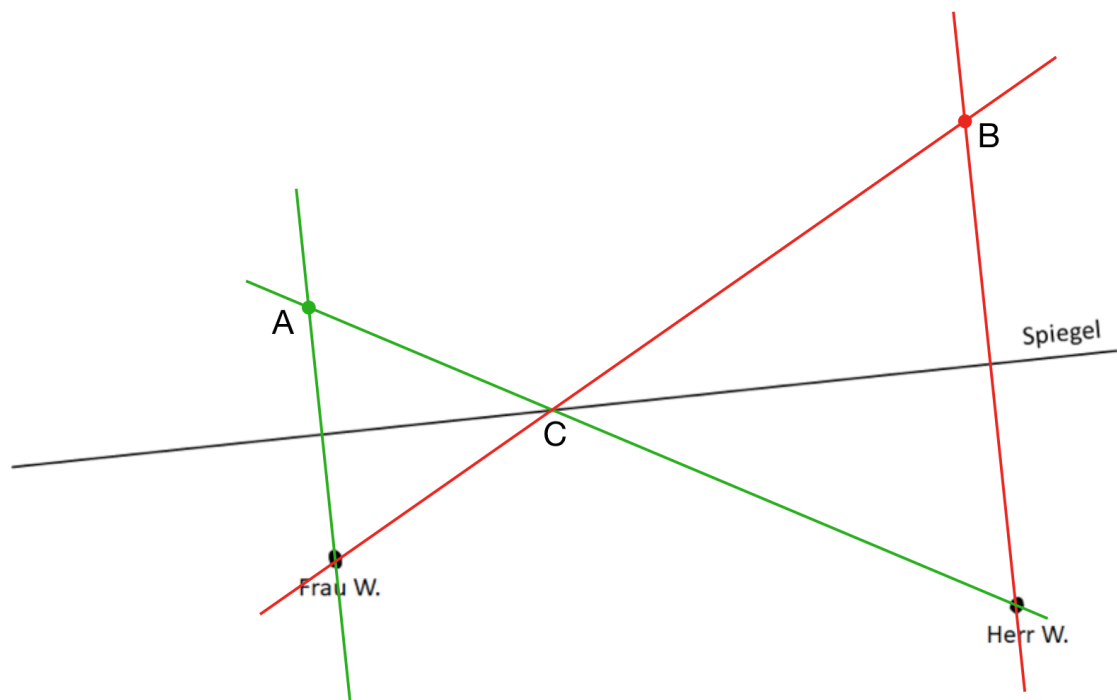
Wenn nun das Licht in die Erdatmosphäre kommt, treffen die Lichtstrahlen auf kleine Wassertropfchen und wird von diesen gleichmässig in alle Richtungen reflektiert bzw. gestreut. Diese Streuung findet vorallem in den erdnahen Atmosphären-Schichten statt, da dort eine höhere Gas- und Feuchtigkeitsdichte vorherrscht.

Aus dem gleichen Grund können wir auch Lichtquellen auf der Erde nur bedingt weit sehen. Bei nebligem Wetter wird die Sichtweise nochmals erheblich verkürzt.

- 5) Frau und Herr W. stehen vor einem Spiegel. An welchem Punkt auf der Spiegelfläche sieht Frau W. ihren Mann, an welchem Punkt auf der Spiegelfläche sieht er seine Frau? Lösen Sie die Aufgabe durch eine Zeichnung.



Lösung:



Der Punkt A ist das Spiegelbild von Frau W.. Punkt B ist das Spiegelbild von Herr W.. Frau W. und Herr W. müssen beide in den Punkt C schauen, damit die beiden die Spiegelbilder der anderen Person sehen.

- 6) Ein Lichtstrahl trifft unter dem Einfallswinkel von  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $80^\circ$  auf eine Wasseroberfläche (Brechzahl  $n = \frac{4}{3}$ ). Bestimmen Sie durch Rechnung den Brechungswinkel.

**Lösung:**

Gegeben sind die folgenden Größen:

Einfallswinkel:  $\alpha_1 = 45^\circ$ ,  $\alpha_2 = 60^\circ$ ,  $\alpha_3 = 80^\circ$

Medium: Luft und Wasser

Brechungsindex:  $n_L = 1.0003$ ,  $n_W = \frac{4}{3}$

Das Gesetz von Snellius lautet:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_W}{n_L} \quad (0.1.1)$$

Die beiden Brechungsindizes sowie der Einfallswinkel ist laut Aufgabenstellung bekannt. Das Gesetz von Snellius muss nun nach dem Brechungswinkel  $\beta$  umgeformt werden.

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_W}{n_L} \quad (0.1.2)$$

$$\Leftrightarrow \sin(\beta) = \frac{\sin(\alpha) \cdot n_L}{n_W} \quad (0.1.3)$$

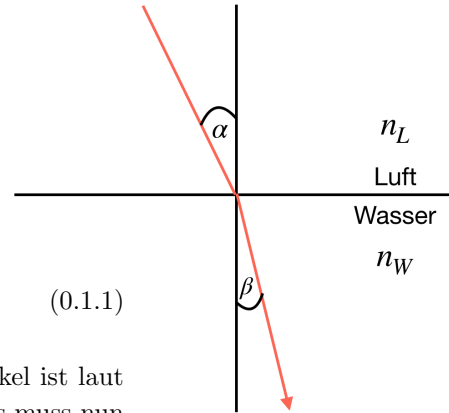
$$\Leftrightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha) \cdot n_L}{n_W}\right) \quad (0.1.4)$$

Setzt man für  $\alpha$  die oben genannten Einfallswinkel  $\alpha_1, \alpha_2$  und  $\alpha_3$  in die Gleichung (0.1.4) ein, erhält man:

$$\alpha_1 = 45^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\beta_1 = 32.04^\circ}}$$

$$\alpha_2 = 60^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\beta_2 = 40.52^\circ}}$$

$$\alpha_3 = 80^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\beta_3 = 47.63^\circ}}$$



- 7) Ein Lichtstrahl fällt, von Luft ( $n = 1$ ) her kommend, auf die Grenzfläche eines Mediums. Einfallswinkel =  $50^\circ$ , Ausfallswinkel =  $30^\circ$ .

- a) Bestimmen Sie durch Zeichnung die Brechzahl des Mediums.

**Lösung:**

Nehmen Sie an, der Kreis hat einen Radius von  $r = 1$ . Es gelten in diesem Kreis die folgenden Beziehungen:

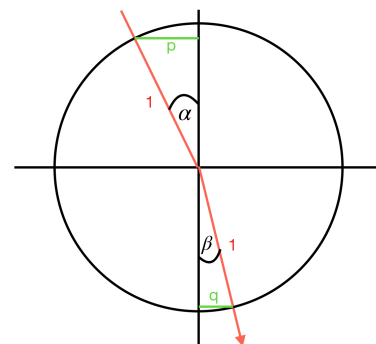
$$\sin(\alpha) = \frac{p}{1} \quad (0.1.5)$$

$$\sin(\beta) = \frac{q}{1} \quad (0.1.6)$$

Nach dem Brechungsgesetz von Snellius gilt:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} \quad (0.1.7)$$

wobei  $n_2$  der Brechungsindex des Mediums und  $n_1 = 1$  der Brechungsindex von Luft ist. Ersetzen Sie nun  $\sin(\alpha)$  mit  $p$  (siehe Formel (0.1.5)) und  $\sin(\beta)$  mit  $q$  (siehe Formel (0.1.6)):



**Lösung:**

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \quad (0.1.8)$$

$$= \frac{p}{q} \quad (0.1.9)$$

Mit  $n_1 = n = 1$  erhält man für den Brechungsindex  $n_2$  des Mediums:

$$n_2 = \frac{p}{q} \quad (0.1.10)$$

b) Berechnen Sie die Brechzahl.

**Lösung:** Mit dem Gesetz von Snellius und unter Verwendung von  $\alpha = 50^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$  und  $n_1 = 1$  erhält man für  $n_2$ :

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} \quad (0.1.11)$$

$$\Leftrightarrow n_2 = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \quad (0.1.12)$$

$$= \underline{\underline{1.53}} \quad (0.1.13)$$

- 8) Ein junger Südseeinsulaner wirft einen Speer in die Richtung, in der er einen Fisch sieht. Geht der Speer über oder unter dem Fisch vorbei?

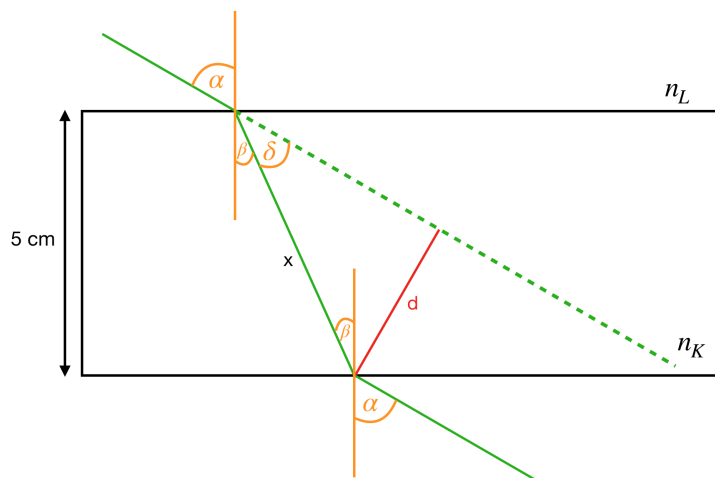
**Lösung:** Der Speer geht über dem Fisch hinweg.

- 9) Ein Lichtstrahl trifft unter dem Einfallswinkel von  $60^\circ$  auf eine 5 cm dicke, planparallele Platte aus Kronglas ( $n = 1.5$ ).

a) Konstruieren Sie den durchgehenden Strahl und bestimmen Sie aus der Zeichnung die seitliche Verschiebung des Strahls.

**Lösung:**

Gegeben ist der Einfallswinkel  $\alpha = 60^\circ$ , die Dicke der Platte beträgt 5 cm und der Brechungsindex von Kronglas ist  $n_K = 1.5$ . Der Brechungsindex von Luft beträgt  $n_L = 1.0003$ . Die seitliche Verschiebung wird in der Skizze mit  $d$  gekennzeichnet.



- b) Berechnen Sie die seitliche Verschiebung.

**Lösung:**

Der Brechungswinkel kann mithilfe des Gesetzes von Snellius berechnet werden:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_K}{n_L} \quad (0.1.14)$$

$$\Leftrightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha) \cdot n_L}{n_K}\right) \quad (0.1.15)$$

Es gilt zudem:  $\delta = \alpha - \beta$

Betrachte nun das rechtwinklige Dreieck auf der rechten Seite.

Mit dem Cosinus kann die Strecke  $x$  berechnet werden, nämlich:

$$\cos(\beta) = \frac{5}{x} \Leftrightarrow x = \frac{5}{\cos(\beta)} \quad (0.1.16)$$

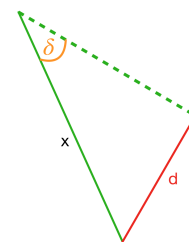
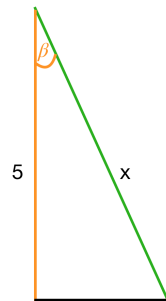
Betrachte nun das zweite rechtwinklige Dreieck rechts.

Mit dem Sinus kann die seitliche Verschiebung  $d$  berechnet werden:

$$\sin(\delta) = \frac{d}{x} \Leftrightarrow d = \sin(\delta) \cdot x \quad (0.1.17)$$

Setzt man die Gleichungen (0.1.15) und (0.1.16) in die Gleichung (0.1.17) ein, erhalten wir für die seitliche Verschiebung die untenstehende Formel und mit den gegebenen Zahlen erhält man das folgende Resultat:

$$d = \frac{5 \cdot \sin(\delta)}{\cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin(\alpha) \cdot n_L}{n_K}\right)\right)} = \underline{\underline{2.56 \text{ cm}}} \quad (0.1.18)$$



- 10) Die Brechzahl von Wasser beträgt  $n = \frac{4}{3}$ . Berechnen Sie hieraus die Lichtgeschwindigkeit im Wasser, wenn sie im Vakuum  $300000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  ist!

**Lösung:** Gegeben ist die Brechzahl von Wasser  $n_W = \frac{4}{3}$ , die Brechzahl von Vakuum  $n_V = 1$  und die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum  $c_V = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Gesucht ist die Lichtgeschwindigkeit im Wasser  $c_W$ . Es gilt allgemein die Beziehung:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (0.1.19)$$

In unserem Fall gilt:

$$\frac{c_V}{c_W} = \frac{\frac{4}{3}}{1} \quad (0.1.20)$$

Die Gleichung (0.1.20) nach  $c_W$  umgeformt, erhält man:

$$c_W = \frac{c_V}{\frac{4}{3}} = \underline{\underline{2.25 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \quad (0.1.21)$$

- 11) Bestimmen Sie durch Rechnung den Grenzwinkel der Totalreflexion beim Übergang eines Lichtstrahls von Kronglas ( $n = 1.5$ ) ins Vakuum.

**Lösung:** Es findet ein Übergang von Kronglas ins Vakuum statt. Der Brechungsindex von Kronglas beträgt  $n_K = 1.5$  und der Brechungsindex von Vakuum beträgt  $n_V = 1$ . Für die Berechnung des Grenzwinkels gilt die folgende Formel:

$$\sin(\varphi) = \frac{n_V}{n_K} \quad (0.1.22)$$

$$\Leftrightarrow \varphi = \arcsin\left(\frac{n_V}{n_K}\right) \quad (0.1.23)$$

Mit den gegebenen Werten aus der Aufgabenstellung erhält man für den Grenzwinkel:

$$\varphi = \underline{\underline{41.8^\circ}} \quad (0.1.24)$$

Wenn der Einfallswinkel den Grenzwinkel  $\varphi$  überschritten hat, dann findet eine Totalreflexion statt.

- 12) Bestimmen Sie durch Rechnung den Grenzwinkel der Totalreflexion von der Aufgabe 7).

**Lösung:** Der Brechungsindex für das Medium in der Aufgabe 7) beträgt  $n_1 = 1.53$ . Die Luft hat den Brechungsindex  $n_2 = 1.0003$ . Für die Berechnung des Grenzwinkels gilt die folgende Formel:

$$\sin(\varphi) = \frac{n_2}{n_1} \quad (0.1.25)$$

$$\Leftrightarrow \varphi = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (0.1.26)$$

Mit den gegebenen Werten aus der Aufgabenstellung erhält man für den Grenzwinkel:

$$\varphi = \underline{\underline{40.83^\circ}} \quad (0.1.27)$$

- 13) Berechnen Sie in der folgenden Tabelle die fehlenden Größen:

|    | Gegenstandsweite | Bildweite | Brennweite |
|----|------------------|-----------|------------|
| a) | 80 cm            | 40 cm     | ???        |
| b) | 5 m              | ???       | 20 cm      |
| c) | 35 cm            | ???       | - 20 cm    |
| d) | 10 cm            | ???       | 50 cm      |
| e) | ???              | 3 m       | 10 cm      |

**Lösung:** Für diese Aufgabe wird die Linsengleichung verwendet:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (0.1.28)$$

wobei  $g$  die Gegenstandsweite,  $b$  die Bildweite und  $f$  die Brennweite ist. Es gelten durch Umformungen die folgenden Formeln für  $f$ ,  $b$  und  $g$ :

$$f = \frac{b \cdot g}{b + g} \quad (0.1.29)$$

**Lösung:**

$$b = \frac{f \cdot g}{g - f} \quad (0.1.30)$$

$$g = \frac{f \cdot b}{b - f} \quad (0.1.31)$$

Die gegebenen Größen in die entsprechende Formel eingesetzt, erhalten wir für die Teilaufgaben die folgenden Resultate:

a)  $g = 80 \text{ cm}, b = 40 \text{ cm} \Rightarrow \underline{f = 26.\bar{6} \text{ cm}}$

b)  $g = 5 \text{ m} = 500 \text{ cm}, f = 20 \text{ cm} \Rightarrow \underline{b = 20.8\bar{3} \text{ cm}}$

c)  $g = 35 \text{ cm}, f = -20 \text{ cm} \Rightarrow \underline{b = -12.7\bar{2} \text{ cm}}$

d)  $g = 10 \text{ cm}, f = 50 \text{ cm} \Rightarrow \underline{b = -12.5 \text{ cm}}$

e)  $b = 3 \text{ m} = 300 \text{ cm}, f = 10 \text{ cm} \Rightarrow \underline{g = 10.34... \text{ cm}}$

- 14) Ein Gegenstand der Grösse 4 cm befindet sich vor einer Linse mit der Brennweite von 10 cm. Berechnen Sie die Bildgrösse und die Bildweite für die folgenden Abständen zwischen dem Gegenstand und der Linse:

**Lösung:** Allgemein: Mit der Linsengleichung kann die Bildweite  $b$  berechnet werden:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (0.1.32)$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{f \cdot b}{b - f} \quad (0.1.33)$$

Mit dem Abbildungsgesetz kann die Bildgrösse  $B$  berechnet werden:

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (0.1.34)$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{b \cdot G}{g} \quad (0.1.35)$$

- a) 15 cm

**Lösung:**  $g = 15 \text{ cm}, G = 4 \text{ cm}, f = 10 \text{ cm}$ Mit der Linsengleichung:  $b = \underline{30 \text{ cm}}$ Mit dem Abbildungsgesetz:  $B = \underline{8 \text{ cm}}$ 

- b) 10 cm

**Lösung:**  $g = 10 \text{ cm}, G = 4 \text{ cm}, f = 10 \text{ cm}$ 

Mit der Linsengleichung:  $b = \underline{\infty \text{ cm}}$ . Wenn der Gegenstand gerade beim Brennpunkt liegt (d.h.  $g = f$ ), dann verlaufen die Lichtstrahlen parallel und kreuzen sich nicht. Also das Bild liegt irgendwo im Unendlichen.

Mit dem Abbildungsgesetz:  $B = \underline{\infty \text{ cm}}$ 

- c) 5 cm.

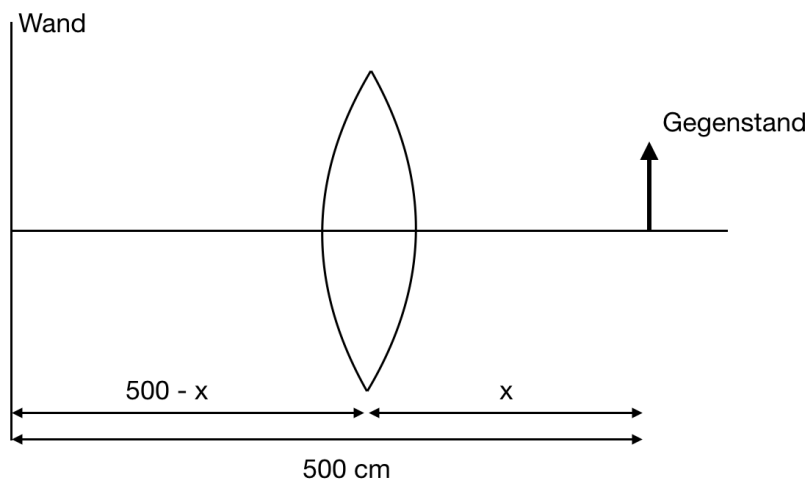
**Lösung:**  $g = 5 \text{ cm}, G = 4 \text{ cm}, f = 10 \text{ cm}$ Mit der Linsengleichung:  $b = \underline{-10 \text{ cm}}$ Mit dem Abbildungsgesetz:  $B = \underline{-8 \text{ cm}}$ 

Erstellen Sie (auf einem zusätzlichen Blatt im Massstab 1:2) eine Skizze des Strahlenverlaufs für die Fälle (b) und (c).

- 15) In 5 m Entfernung von einer Wand befindet sich ein 10 cm hoher leuchtender Gegenstand. In welcher Entfernung von diesem muss eine Sammellinse mit der Brennweite  $f = 19.2 \text{ cm}$  aufgestellt werden, damit an der Wand ein scharfes Bild entsteht? Wie gross wird es?

**Lösung:**

Skizze:



Gegeben sind die folgenden Größen:  $G = 10 \text{ cm}$ ,  $f = 19.2 \text{ cm}$ ,  $g = x$ ,  $b = 500 - x$ .

Gesucht sind  $g$ ,  $b$ ,  $B$ .

Verwenden Sie nun die Linsengleichung und formen Sie sie nach  $x$  um:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (0.1.36)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{500 - x} \quad (0.1.37)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f} = \frac{(500 - x) + x}{x(500 - x)} \quad (0.1.38)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f} = \frac{500}{x(500 - x)} \quad (0.1.39)$$

$$\Leftrightarrow f = \frac{x(500 - x)}{500} \quad (0.1.40)$$

$$\Leftrightarrow 500f = x(500 - x) \quad (0.1.41)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 500x + 9600 = 0 \quad (0.1.42)$$

Das ist eine quadratische Gleichung, welche mit der Lösungsformel gelöst werden kann. Man erhält zwei Lösungen:  $x_1 = 480 \text{ cm}$  und  $x_2 = 20 \text{ cm}$ .

Betrachten Sie nun den Fall  $x_1 = 480 \text{ cm}$ :  $g = 480 \text{ cm}$ ,  $b = 20 \text{ cm}$ ,  $B = 0.41\bar{6} \text{ cm}$ .

Betrachten Sie nun den Fall  $x_2 = 20 \text{ cm}$ :  $g = 20 \text{ cm}$ ,  $b = 480 \text{ cm}$ ,  $B = 240 \text{ cm}$ .

- 16) Wie beeinflusst die Krümmung der Linsenoberfläche die Brennweite einer Sammellinse?

**Lösung:** Je stärker die Krümmung der Linsenoberfläche ist, desto stärker wird die Ablenkung, d.h. desto kürzer wird die Brennweite der Linse!

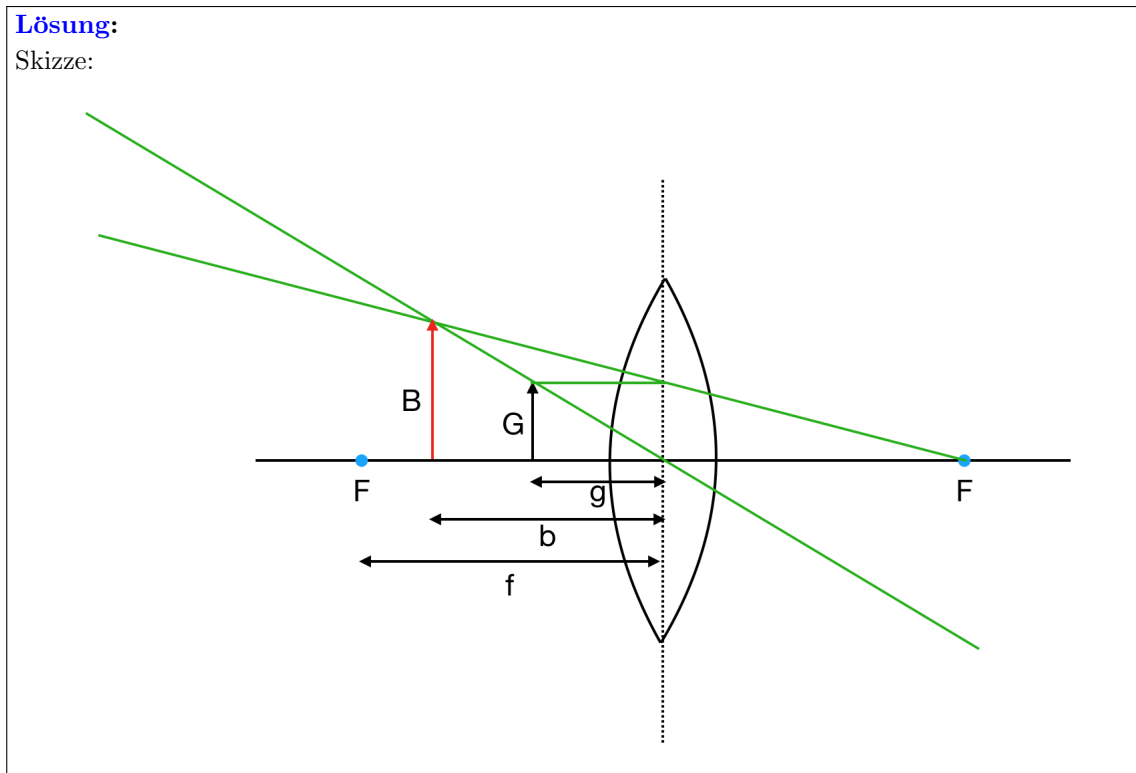
- 17) Wo ungefähr liegen bei einer Sammellinse die Bilder von weit entfernten Gegenständen?

**Lösung:** Wenn der Gegenstand sehr weit von der Sammellinse ist, z.B.  $g \gg 2f$ , dann liegt das Bild immer zwischen der einfachen und der doppelten Brennweite:  $f < b < 2f$ .

- 18) Ein 2 cm hoher Gegenstand steht in 2 cm Abstand von der Linsenmitte senkrecht auf der optischen Achse einer Sammellinse mit der Brennweite von  $f = 5$  cm. Konstruieren Sie das Bild.

**Lösung:**

Skizze:

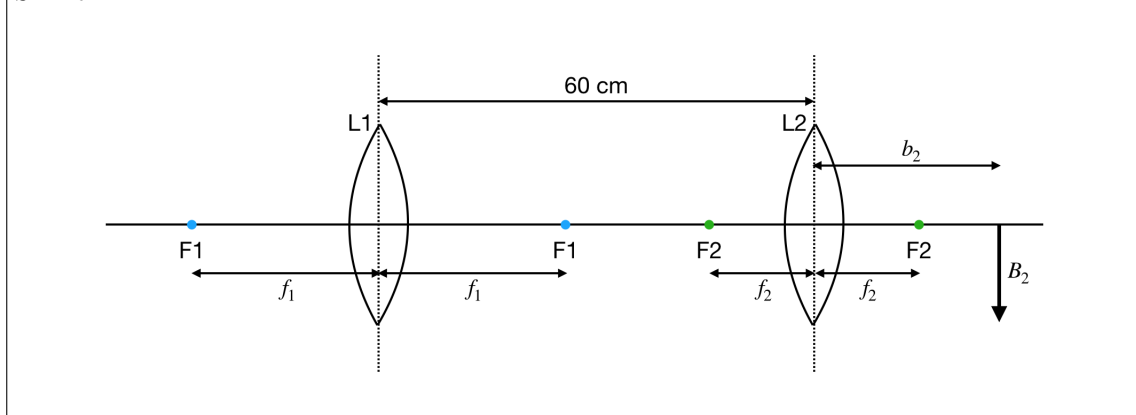


- 19) Gegeben sind zwei Sammellinsen L1, mit der Brennweite von  $f_1 = 20$  cm, und L2, mit der Brennweite von  $f_2 = 10$  cm. Der Abstand zwischen den beiden Linsen beträgt 60 cm. Berechnen Sie den Ort, an dem eine Lampe stehen muss, damit 20 cm hinter L2 und 15 cm unter der optischen Achse ein reelles Bild entsteht.

**Lösung:** Aus der Aufgabenstellung sind die folgenden Größen bekannt:  $f_1 = 20$  cm,  $f_2 = 10$  cm, Abstand zwischen den beiden Linsen: 60 cm,  $b_2 = 20$  cm,  $B_2 = 15$  cm. Gefragt ist die Gegenstandsweite  $g_1$  vor der ersten Linse L1.

Idee: Für die Bestimmung der Gegenstandsweite  $g_1$  muss "rückwärts" gerechnet werden. D.h. man betrachtet zuerst die 2. Sammellinse. Aus den Informationen von der 2. Sammellinse, kann die Gegenstandsweite  $g_2$  berechnet werden. Dieser Gegenstand  $G_2$  ist gleichzeitig das Bild vom Gegenstand  $G_1$ , welcher von der 1. Sammellinse abgebildet wurde.

Skizze:



**Lösung:** Benutzen Sie nun die Linsengleichung für die 2. Sammellinse und formen Sie sie nach  $g_2$  um:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{g_2} + \frac{1}{b_2} \quad (0.1.43)$$

$$\Leftrightarrow g_2 = \frac{f_2 \cdot b_2}{b_2 - f_2} = 20 \text{ cm} \quad (0.1.44)$$

Die Bildweite beträgt  $b_1 = 60 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$ .

Benutzen Sie wieder die Linsengleichung, aber diesmal für die 1. Sammellinse und formen Sie sie nach  $g_1$  um:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{b_1} \quad (0.1.45)$$

$$\Leftrightarrow g_1 = \frac{f_1 \cdot b_1}{b_1 - f_1} \quad (0.1.46)$$

$$= \underline{\underline{40 \text{ cm}}} \quad (0.1.47)$$

Die Lampe muss 40 cm vor L1 stehen, damit 20 cm hinter L2 und 15 cm unter der optischen Achse ein reelles Bild entsteht.

- 20) Das Bild eines Gegenstands soll auf dem 30 cm von der Linse entfernten Schirm doppelt so gross sein.

- a) Wo muss der Gegenstand stehen?

**Lösung:** Die Bildweite  $b$  beträgt 30 cm. Damit das Bild doppelt so gross sein muss, muss der Abbildungsmassstab  $A = 2$  sein.

$$A = \frac{b}{g} \quad (0.1.48)$$

$$\Leftrightarrow g = \frac{b}{A} \quad (0.1.49)$$

$$= \underline{\underline{15 \text{ cm}}} \quad (0.1.50)$$

- b) Welche Brennweite muss die Linse haben?

**Lösung:** Die Brennweite kann mithilfe der Linsengleichung berechnet werden:

$$f = \frac{b \cdot g}{b + g} = \underline{\underline{10 \text{ cm}}} \quad (0.1.51)$$

Konstruieren und berechnen Sie!

- 21) Betrachten Sie eine Sammellinse mit der Brennweite 3 cm. Gegeben sind die Gegenstände (vereinfacht: Pfeile) mit der Gegenstandsweite: 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, 7.5 cm und 9 cm. Die Grösse des Gegenstands beträgt 2.5 cm.

- a) Berechnen Sie mit der Linsengleichung die jeweiligen Bildweiten und Bildgrössen, tragen Sie sie in eine Tabelle ein und vergleichen Sie mit der Konstruktion.

**Lösung:** Die Brennweite  $f$ , die Gegenstandsweite  $g$  und die Gegenstandsgrösse  $G$  sind gegeben. Die Bildweite  $b$  kann mithilfe der Linsengleichung wie folgt berechnet werden:

$$b = \frac{f \cdot g}{g - f} \quad (0.1.52)$$

**Lösung:** Die Bildgrösse  $B$  kann mit dem Abbildungsgesetz wie folgt berechnet werden:

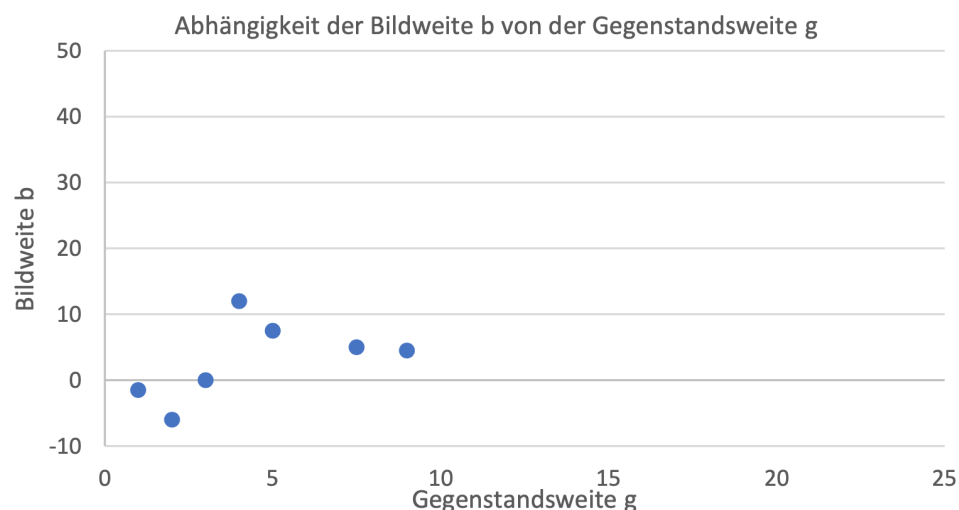
$$B = \frac{b \cdot G}{g} \quad (0.1.53)$$

Somit erhält man für die gegebene Gegenstandsweite  $g$  die folgenden Lösungen:

| Gegenstandsweite $g$ | Bildweite $b$ | Bildgrösse $B$ |
|----------------------|---------------|----------------|
| 1 cm                 | -1.5 cm       | -3.75 cm       |
| 2 cm                 | -6 cm         | -7.5 cm        |
| 3 cm                 | $\infty$      | $\infty$       |
| 4 cm                 | 12 cm         | 7.5 cm         |
| 5 cm                 | 7.5 cm        | 3.75 cm        |
| 6 cm                 | 6 cm          | 2.5 cm         |
| 7.5 cm               | 5 cm          | 1.6 cm         |
| 8 cm                 | 4.5 cm        | 1.25 cm        |

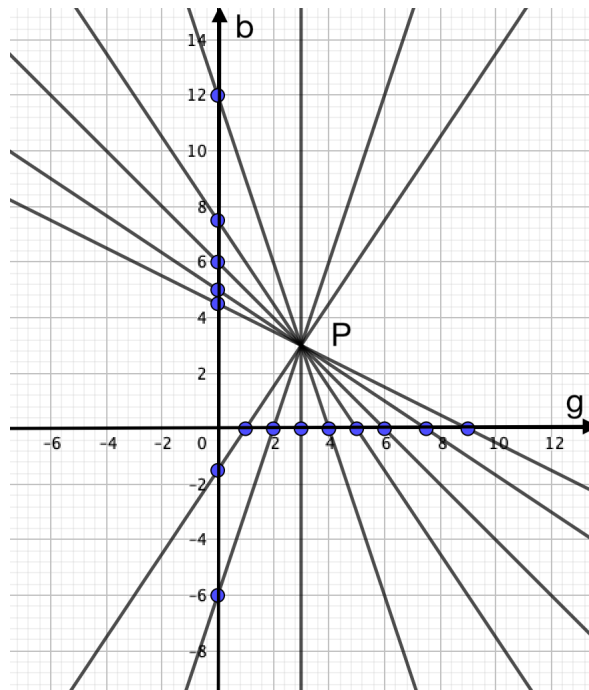
- b) Erstellen Sie mit den in Teilaufgabe a) ermittelten  $b$ - und  $g$ -Werten ein sogenanntes  $b$ - $g$ -Diagramm. Tragen Sie dazu einen  $g$ -Wert auf der  $g$ -Achse und den dazugehörigen  $b$ -Wert auf der  $b$ -Achse ein. Verbinden Sie dann die beiden Punkte. Verfahren Sie analog mit den weiteren  $g$ - $b$ -Wertepaaren. Erläutern Sie, welche Besonderheit Sie in dem Diagramm feststellen. Geben Sie an, welche Grösse man aus dem Schnittpunkt der Strecken ablesen kann.

**Lösung:**



Betrachten wir das Diagramm, so sieht man, dass dort, wo die Gegenstandsweite = Brennweite ist, der Graph ins Unendliche geht. Wenn wir von diesem Punkt nach rechts gehen, dann wird die Bildweite immer kleiner und ist positiv. Das heisst, dass das Bild auf der anderen Seite der Sammellinse liegt und nicht auf der gleichen Seite wie der Gegenstand. Links von dieser Brennweite  $f = g = 3$  cm wird die Bildweite negativ und wird immer kleiner. Wenn die Bildweite negativ ist, dann ist das Bild seitenrichtig, d.h. das Bild liegt auf der gleichen Seite wie der Gegenstand.

Betrachten wir die Punkte  $(g|b)$  im Koordinatensystem, so fällt etwas auf:  $\frac{b}{g}$  ist eine Zahl und multipliziert man  $G$  zu  $\frac{b}{g}$  dazu, so erhält man die Bildgrösse  $B$ . Somit kann aus der Grafik "leicht" die Bildgrösse  $B$  berechnet werden. Verbindet man nun die Punkte, wie in der Aufgabenstellung gefragt wurde, so sieht man, dass alle Geraden sich im Punkt  $P$  schneiden. Dieser Punkt hat die Koordinate  $P = (3|3)$ . Das ist gleichzeitig die Brennweite. Dort wo alle Strahlen sich kreuzen, dort kann man die Brennweite ablesen, also  $f = 3$  cm.

**Lösung:**

22) Bei unseren Augen ist die Bildweite, d.h. der Abstand von der Linse zur Netzhaut, konstant und beträgt etwa 1.8 cm.

- a) Was verändert sich im Auge, wenn man zuerst einen sehr weit entfernten Gegenstand betrachtet und dann einen im Abstand von 25 cm (mit Rechnung)?

**Lösung:** Die Bildweite beträgt  $b = 1.8$  cm. Nehmen Sie an, dass die Gegenstandsweite  $g_1$  sehr gross ist, z.B.  $g_1 = 150$  cm. Mit der Linsengleichung erhält man für die Brennweite  $f_1$ :

$$f_1 = \frac{b \cdot g_1}{b + g_1} = \underline{\underline{1.78 \text{ cm}}} \quad (0.1.54)$$

Für eine kürzere Distanz  $g_2 = 25$  cm erhält man mit der Linsengleichung die Brennweite  $f_2$ :

$$f_2 = \frac{b \cdot g_2}{b + g_2} = \underline{\underline{1.68 \text{ cm}}} \quad (0.1.55)$$

Wie hier ersichtlich ist, die Brennweite ändert sich, wenn man zuerst einen sehr weiten Gegenstand betrachtet und dann einen Gegenstand, der sehr nahe liegt.

- b) Ein Gegenstand der Grösse 10 cm befindet sich im Abstand von 25 cm vor der Augenlinse. Wie gross ist das Bild, das auf der Netzhaut entsteht?

**Lösung:** Gegeben sind die folgenden Grössen:  $G = 10$  cm,  $g = 25$  cm und  $b = 1.8$  cm. Mit dem Abbildungsgesetz kann die Bildgrösse  $B$  berechnet werden:

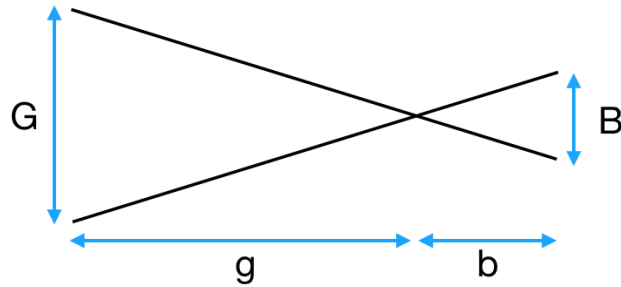
$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (0.1.56)$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{b \cdot G}{g} \quad (0.1.57)$$

$$= \underline{\underline{0.72 \text{ cm}}} \quad (0.1.58)$$

- c) Der Abstand zwischen zwei lichtempfindlichen Zellen auf der Netzhaut beträgt etwa 0.007 mm. Wie gross muss der Abstand zwischen zwei Punkten sein, damit man sie im Abstand von 25 cm noch als getrennt wahrnimmt?

**Lösung:** Betrachten Sie für die folgende Teilaufgabe die untenstehende Skizze:



Gegeben sind die folgenden Grössen:  $g = 25 \text{ cm}$ ,  $b = 1.8 \text{ cm}$  und  $B = 0.007 \text{ mm} = 0.0007 \text{ cm}$ . Mit dem Abbildungsgesetz kann die Gegenstandsgrösse berechnet werden:

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (0.1.59)$$

$$\Leftrightarrow G = \frac{B \cdot g}{b} \quad (0.1.60)$$

$$= \underline{\underline{0.00972 \text{ cm}}} \quad (0.1.61)$$

$$= \underline{\underline{0.0972 \text{ mm}}} \quad (0.1.62)$$