0.1 Wärmelehre

1) Fahrenheit eichte seine Skala anhand seiner Körpertemperatur. Wie hoch war seine Körpertemperatur offenbar? Geben Sie diese Temperatur in °C und in Kelvin an.

Lösung: Die Körpertemperatur von Fahrenheit betrug $37.\overline{7}\,°\mathrm{C}$ bzw. $310.92\,\mathrm{K}$.
Die Körpertemperatur eines gesunden Menschen ist zwischen 36.3°C und 37.4°C.

2) $0\,°\mathrm{F}$ soll die tiefste Temperatur des bitterkalten Winters von 1709 gewesen sein. Geben Sie diese Temperatur in °C und in Kelvin an.

Lösung: Es gilt $0\,°\mathrm{F} = -17.\overline{7}\,°\mathrm{C} = 255.37\,\mathrm{K}$.

3) Weshalb erwärmt sich ein Geldstück, wenn wir es starken Hammerschlägen aussetzen?

Lösung: Durch das Hämmern erhöhen wir die durchschnittliche kinetische Energie der Teilchen im Geldstück.

4) Bei welchen Temperaturen in °C und Kelvin gefriert resp. kocht das Wasser?

Lösung: Das Wasser gefriert bei $0\,°\mathrm{C} = 273.15\,\mathrm{K}$ und kocht bei $100\,°\mathrm{C} = 373.15\,\mathrm{K}$.

5) Welche Energieform(en) beeinflusst/beeinflussen die Temperatur eines Körpers? Kinetische Energie, Potentielle Energie, Rotationsenergie, Vibrationsenergie oder alle von diesen?

Lösung: Nur die kinetische Energie beeinflusst die Temperatur eines Körpers.

6) Im Schulzimmer hat es Stühle, Tische und Menschen. Welche dieser Körper haben eine Temperatur, die

   a) tiefer als

   Lösung: Keines der oben genannten haben eine tiefere Temperatur als die Luft.

   b) höher als oder

   Lösung: Die Menschen haben eine höhere Temperatur als die Luft.

   c) gleich

   Lösung: Die Stühle und die Tische haben die gleiche Temperatur wie die Luft.

   der Temperatur der Luft ist?

7) Was hat eine höhere innere Energie:

   a) ein Eisberg oder

   b) eine Tasse heissen Kaffee?

   Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung: Der Eisberg hat eine höhere innere Energie. Kaltes Wasser mit einer sehr grossen Masse hat mehr innere Energie als heisses Wasser mit einer sehr kleinen Masse.

8) Sie berühren einen kalten Stein. Fliesst die Kälte vom Stein in Ihre Hand? Erklären Sie!

Lösung: Die Wärme fliesst von der Hand zum Stein. Das Abfliessen der Wärme empfinden wir als kalt. Die Kälte in einem physikalischen Sinn existiert nicht. Die Kälte ist einfach die Absenz von der Wärme.

9) Temperatur und Wärme sind zwei Begriffe, die in der Alltagssprache oft die gleiche Bedeutung haben. In der Physik ist dies nicht der Fall.

   a) Welcher der beiden Begriffe beschreibt, wie warm ein Körper ist?

   Lösung: Die Temperatur.

   b) Welcher der beiden Begriffe beschreibt die Energie, die ein Körper aufnimmt oder abgibt, wenn er aufgeheizt oder abgekühlt wird?

   Lösung: Die Wärme.

10) Vervollständigen Sie diesen Text:

   a) Die innere ________________ eines Körpers kann verändert werden, in dem man ihn erhitzt oder ________________.

   Lösung: Die innere **Energie** eines Körpers kann verändert werden, in dem man ihn erhitzt oder **abkühlt.**

   b) Die Moleküle in einer heissen Kartoffel haben im Durchschnitt mehr ________________ als die ________________ in einer ________________ Kartoffel.

   Lösung: Die Moleküle in einer heissen Kartoffel haben im Durchschnitt mehr **innere Energie** als die **Moleküle** in einer **kalten** Kartoffel.

   c) Zwei heisse Steine haben zusammen mehr ________________ als ein heisser Stein alleine.

   Lösung: Zwei heisse Steine haben zusammen mehr **innere Energie** als ein heisser Stein alleine.

   d) Um einen Stein zu erwärmen, braucht es ________________ .

   Lösung: Um einen Stein zu erwärmen, braucht es **Wärme**.

11) Die Temperatur eines Körpers ist eine seiner fundamentalen physikalischen Eigenschaften.

   a) Weshalb gibt es eine untere Grenze für die Temperatur?

   Lösung: Die Temperatur ist ein Mass für die Bewegung der Teilchen. Die Teilchen können sich nicht weniger bewegen als still stehen.

   b) Geben Sie die tiefstmögliche Temperatur in °C und K an.

   Lösung: Die tiefstmögliche Temperatur ist $-273.15\,°\mathrm{C} = 0\,\mathrm{K}$

12) Rechnen Sie die folgenden Temperaturen der einen Skala in die andere Skala um.

   a) $20\,°\mathrm{C}$, $100\,°\mathrm{C}$, $-25\,°\mathrm{C}$, $0\,°\mathrm{C}$

   Lösung:
   $20\,°\mathrm{C} = 293.15\,\mathrm{K} = 68\,°\mathrm{F}$
   $100\,°\mathrm{C} = 373.15\,\mathrm{K} = 212\,°\mathrm{F}$
   $-25\,°\mathrm{C} = 248.15\,\mathrm{K} = -13\,°\mathrm{F}$
   $0\,°\mathrm{C} = 273.15\,\mathrm{K} = 32\,°\mathrm{F}$

   b) $0\,\mathrm{K}$, $100\,\mathrm{K}$, $300\,\mathrm{K}$

   Lösung:
   $0\,\mathrm{K} = -273.15\,°\mathrm{C} = -459.67\,°\mathrm{F}$
   $100\,\mathrm{K} = -173.15\,°\mathrm{C} = -279.67\,°\mathrm{F}$
   $300\,\mathrm{K} = 26.85\,°\mathrm{C} = 80.33\,°\mathrm{F}$

13) Warum ist im Sommer der Sand heisser als die Wasserpfütze nebenan?

Lösung: Die spezifische Wärmekapazität von Sand beträgt $c_S = 0.84\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}$ und die von Wasser $c_W = 4.182\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}$. In Worten bedeutet das: man braucht nur 0.84 kJ um 1 kg Sand um 1 K bzw. um 1 °C zu erwärmen. Beim Wasser benötigt man 4.182 kJ. Das bedeutet der Sand erwärmt sich schneller als die Wasserpfütze.

14) Wie viel Energie braucht es, um einen 500 g schweren Aluklotz von 20 °C auf 25 °C zu erwärmen?

Lösung: Gegeben sind die Masse $m = 0.5\,\mathrm{kg}$ und die Temperaturdifferenz $\Delta T = 5\,^\circ\mathrm{C}$. Die spezifische Wärmekapazität von Aluminium beträgt $c_{Al} = 896\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}} = 896\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,^\circ C}}$. Daraus lässt sich die Energie wie folgt berechnen:

$$Q = m \cdot c_{Al} \cdot \Delta T = \underline{\underline{2240\,\mathrm{J}}} \tag{0.1.1}$$

15) Aus welcher Höhe müsste ein Turmspringer der Masse 70 kg mindestens springen, damit er ein Wasserbecken von $1000\,\mathrm{m}^3$ um 0.15 °C erhitzen könnte?

Lösung: Gegeben sind die Masse des Turmspringers $m_T = 70\,\mathrm{kg}$, die Temperaturdifferenz $\Delta T = 0.15\,^\circ\mathrm{C}$ und die Masse des Wassers $m_W = 10^6\,\mathrm{kg}$ (Weil: $1000\,\mathrm{m}^3 = 10^6\,\mathrm{l} = 10^6\,\mathrm{kg}$). Die spezifische Wärmekapazität von Wasser beträgt $c_W = 4.182\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,^\circ C}} = 4182\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,^\circ C}}$. Es gilt hier bei dieser Aufgabe $E_{Pot} = Q$ und daraus kann die Höhe h berechnet werden:

$$E_{Pot} = Q \tag{0.1.2}$$
$$\Leftrightarrow m_T \cdot g \cdot h = m_W \cdot c_W \cdot \Delta T \tag{0.1.3}$$
$$\Leftrightarrow h = \frac{m_W \cdot c_W \cdot \Delta T}{m_T \cdot g} = \underline{\underline{913499.34\,\mathrm{m}}} \approx \underline{\underline{913.5\,\mathrm{km}}} \tag{0.1.4}$$

16) Bei welchem (welchen) der folgenden Beispiele aus der Technik verwendet man Materialien mit möglichst hoher bzw. möglichst kleiner spezifischer Wärmekapazität?

a) Kühlflüssigkeit bei Automotoren

Lösung: Man verwendet Flüssigkeiten mit hoher spezifischer Wärmekapazität (z.B. Wasser). Schon bei geringer Temperaturerhöhung des Wassers kann relativ viel Energie aufgenommen und über einen Kreislauf an die Umwelt abgeführt werden. (Hinweis: Das Wasser hat den Nachteil, dass es im Winter gefriert und der Kühler unter Umständen platzen wird. Man setzt daher Gefrierschutzmittel bei oder verwendet nicht Wasser, sondern eine Flüssigkeit mit hoher spezifischer Wärmekapazität aber niedrigerem Gefrierpunkt.)

b) Thermoskanne

Lösung: Bei einer Thermoskanne verwendet man Materialien mit kleiner spezifischer Wärmekapazität. Beim Eingiessen einer heissen Flüssigkeit erwärmen sich auch die Innenwände der Kanne fast auf den Temperaturwert der Flüssigkeit. Ist die spezifische Wärmekapazität des Wandmaterials klein, so ist auch die Energieaufnahme klein und die Flüssigkeit kühlt sich nur unmerklich ab. (Hinweis: Bei diesem Problem spielt auch die Wärmeleitung und die Wärmestrahlung eine Rolle. Sie wird durch das Vakuum zwischen den Wänden der Kanne und die versilberten Oberflächen nahezu unterbunden.)

c) elektrische Speicheröfen

Lösung: Ein Nachtspeicherofen (= elektrischer Speicherofen) soll möglichst viel Energie aufnehmen können. Würde man eine Flüssigkeit kleiner spezifischer Wärmekapazität verwenden, so würde der Speicher eine hohe Temperatur erreichen und die Energieverluste durch Abstrahlung würden sich erhöhen. Bei grosser spezifischer Wärmekapazität der Flüssigkeit ergibt sich bei gleicher Energieaufnahme eine geringe Temperaturdifferenz zur Umgebung.

17) Zum Warmhalten von Speisen werden gelegentlich Wärmeplatten eingesetzt, die in einem Ofen aufgeheizt werden. Wärmeplatten mit den vorgegebenen Massen $1.5\times15\times30\,\mathrm{cm}^3$ sollen bei gleicher Temperaturdifferenz möglichst viel Wärme abgeben. Welches von diesen Materialien erfüllt diese Bedingung am besten: Aluminium, Blei, Eisen oder Kupfer?

Lösung: Die Masse kann mit der Dichte und mit dem Volumen wie folgt ausgedrückt werden:

$$m = \rho \cdot V \tag{0.1.5}$$

Mit der Formel (0.1.5) kann die Wärmeenergie wie folgt berechnet werden:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \tag{0.1.6}$$
$$= \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta T \tag{0.1.7}$$

Laut Aufgabenstellung bleibt das Volumen und die Temperaturdifferenz für alle vier Materialien konstant und nur die spezifische Wärmekapazität und die Dichte verändern sich. Das bedeutet, es genügt, wenn nur $c \cdot \rho$ berechnet wird.
<u>Für Aluminium:</u> $c_{Al} = 896\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,°C}}$, $\rho_{Al} = 2700\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Daraus folgt:

$$c_{Al} \cdot \rho_{Al} = 2419200\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3\,°\mathrm{C}} \tag{0.1.8}$$

<u>Für Blei:</u> $c_{Pb} = 129\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,°C}}$, $\rho_{Pb} = 11340\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Daraus folgt:

$$c_{Pb} \cdot \rho_{Pb} = 1462860\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3\,°\mathrm{C}} \tag{0.1.9}$$

<u>Für Eisen:</u> $c_{Fe} = 450\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,°C}}$, $\rho_{Fe} = 7860\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Daraus folgt:

$$c_{Fe} \cdot \rho_{Fe} = 3537000\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3\,°\mathrm{C}} \tag{0.1.10}$$

<u>Für Kupfer:</u> $c_{Cu} = 383\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,°C}}$, $\rho_{Cu} = 8920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Daraus folgt:

$$c_{Cu} \cdot \rho_{Cu} = 3416360\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3\,°\mathrm{C}} \tag{0.1.11}$$

Eisen ist bei diesen Bedingungen am besten geeignet. Die Platten sind trotzdem häufig aus Aluminium, weil deren geringes Gewicht im Service vorteilhaft ist.

18) In einem Boiler werden 400 l Wasser von 25 °C auf 60 °C aufgeheizt. Wie viel Energie in Joule werden dafür benötigt? Was kostet das Aufheizen, wenn der Preis für 1 kWh in der Nacht 8 Rp. beträgt?

Lösung: Gegeben sind die Masse $m = 400\,\mathrm{kg}$, die Temperaturdifferenz $\Delta T = 35\,°\mathrm{C}$ und die spezifische Wärmekapazität von Wasser $c_W = 4182\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,°C}}$. Zudem gilt $1\,\mathrm{kWh} = 3600000\,\mathrm{J}$ entspricht 8 Rp. Die Energie lässt sich nun wie folgt berechnen:

$$Q = m \cdot c_W \cdot \Delta T = \underline{\underline{58548000\,\mathrm{J}}} \tag{0.1.12}$$

Diese Energie entspricht $\underline{\underline{130\,\mathrm{Rp} = 1.30\,\mathrm{CHF}}}$.

19) Im Frühling ist das Wasser in der Badi manchmal noch sehr kalt und man fragt sich, weshalb die Betreiber das Wasser nicht elektrisch aufheizen.

   a) Berechnen Sie die elektrische Energie, die man aufwenden müsste, um das Wasser (50 m × 25 m × 2 m) von 16 °C auf 25 °C aufzuheizen.

   Lösung: Das Volumen beträgt $2500\,\mathrm{m}^3$, welches einer Masse von $m_W = 2.5 \cdot 10^6\,\mathrm{kg}$ entspricht. Die spezifische Wärmekapazität sei $c_W = 4182\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\,^\circ\mathrm{C}}$ und die Temperaturdifferenz beträgt $\Delta T = 9\,^\circ\mathrm{C}$. Mit diesen Angaben kann die elektrische Energie berechnet werden:

   $$Q = m_W \cdot c_W \cdot \Delta T = \underline{\underline{9.4095 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}}} = \underline{\underline{26137.5\,\mathrm{kWh}}} \tag{0.1.13}$$

   wobei im letzten Schritt die Umrechnung gemacht wurde von Joule in kWh. Es gilt 1 kWh = 3600000 J.

   b) Was würde das bei einem Kilowattstundenpreis von 17 Rp./kWh kosten?

   Lösung: 1 kWh kostet 17 Rp. Somit kosten 26137.5 kWh $\underline{\underline{4443.4\,\mathrm{CHF}}}$. (Dies ist nicht nur finanziell sondern vorallem auch umwelttechnisch völlig unsinnig.)

20) Wie viel Energie muss einem Liter Wasser zugeführt werden, um ihn zum Kochen zu bringen (20 °C auf 98 °C)? Auf welche Höhe könnte man das Wasser mit dieser Energie hochheben?

Lösung: Gegeben sind die Masse $m_W = 1\,\mathrm{kg}$, die Temperaturdifferenz $\Delta T = 78\,^\circ\mathrm{C}$ und die spezifische Wärmekapazität $c_W = 4182\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\,^\circ\mathrm{C}}$. Die Energie, um das Wasser zum Kochen zu bringen, beträgt:

$$Q = m_W \cdot c_W \cdot \Delta T = \underline{\underline{326196\,\mathrm{J}}} \tag{0.1.14}$$

Mit $E_{Pot} = Q$ kann die Höhe h berechnet werden:

$$E_{Pot} = Q \tag{0.1.15}$$

$$\Leftrightarrow m_W \cdot g \cdot h = Q \tag{0.1.16}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{Q}{m_W \cdot g} = \underline{\underline{33251.4\,\mathrm{m}}} \tag{0.1.17}$$

21) Wie viel Energie ist nötig, um $85\,\mathrm{cm}^3$ Ethylalkohol (Ethanol) von −5 °C auf 55 °C zu erwärmen? Die Wärmekapazität finden Sie in der Formelsammlung!

Lösung: Die spezifische Wärmekapazität von Ethylalkohol beträgt $c_E = 2430\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\,^\circ\mathrm{C}}$ und die Dichte $\rho_E = 789\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Gegeben ist die Temperaturdifferenz $\Delta T = 60\,^\circ\mathrm{C}$ und das Volumen $V = 85\,\mathrm{cm}^3 = 8.5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^3$. Die Masse berechnet sich wie folgt:

$$m_E = \rho_E \cdot V = 0.067065\,\mathrm{kg} \tag{0.1.18}$$

Mit den gegebenen Angaben kann nun die Energie berechnet werden:

$$Q = m_E \cdot c_E \cdot \Delta T = \underline{\underline{9778.1\,\mathrm{J}}} \tag{0.1.19}$$

22) Manchmal gelangen die Gläser in der Mensa direkt aus dem Geschirrspüler ($T_G = 70\,°\mathrm{C}$) wieder zum Gebrauch auf die Auslage. Nehmen wir an, so ein Glas ($m = 180\,\mathrm{g}$) sei immer noch $40\,°\mathrm{C}$ warm, wenn man 1 dl Wasser der Temperatur $20\,°\mathrm{C}$ (Raumtemperatur) einfüllt. Welche Mischtemperatur T_M stellt sich nach kurzer Zeit ein? (Der Wärmeaustausch mit der Umgebung soll vernachlässigt werden).

Lösung: Abkürzungen: G = Glas und W = Wasser.
Gegeben sind die folgenden Grössen: $m_G = 0.18\,\mathrm{kg}$, $c_G = 800\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\,°\mathrm{C}}$, $T_G = 40\,°\mathrm{C}$, $m_W = 0.1\,\mathrm{kg}$, $c_W = 4182\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\,°\mathrm{C}}$ und $T_W = 20\,°\mathrm{C}$. Das Glas gibt die Wärme ab und das Wasser nimmt die Wärme auf. Die Mischtemperatur T_M kann nun wie folgt berechnet werden:

$$Q_{ab,G} + Q_{auf,W} = 0 \tag{0.1.20}$$
$$\Leftrightarrow m_G \cdot c_G \cdot (T_M - T_G) + m_W \cdot c_W \cdot (T_M - T_W) = 0 \tag{0.1.21}$$
$$\Leftrightarrow T_M \cdot (m_G \cdot c_G + m_W \cdot c_W) = m_G \cdot c_G \cdot T_G + m_W \cdot c_W \cdot T_W \tag{0.1.22}$$
$$\Leftrightarrow T_M = \frac{m_G \cdot c_G \cdot T_G + m_W \cdot c_W \cdot T_W}{m_G \cdot c_G + m_W \cdot c_W} \tag{0.1.23}$$
$$= \underline{\underline{25.12\,°\mathrm{C}}} \tag{0.1.24}$$

23) In einer Badewanne befinden sich 60 Liter Wasser der Temperatur von $16\,°\mathrm{C}$. Wie viel warmes Wasser der Temperatur von $50\,°\mathrm{C}$ muss eingefüllt werden, um eine Badetemperatur von $37\,°\mathrm{C}$ zu erreichen? (Dazu gehen wir von einer idealen Wanne, ohne Wärmeverlust, aus).

Lösung: Abkürzungen: KW: Kaltes Wasser, WW = Warmes Wasser.
Gegeben sind die folgenden Grössen: $m_{KW} = 60\,\mathrm{kg}$, $T_M = 37\,°\mathrm{C}$, $T_{KW} = 16\,°\mathrm{C}$ und $T_{WW} = 50\,°\mathrm{C}$. Das kalte Wasser nimmt die Wärme auf und das warme Wasser gibt die Wärme ab. Die Masse des warmen Wassers beträgt:

$$Q_{auf,KW} + Q_{ab,WW} = 0 \tag{0.1.25}$$
$$\Leftrightarrow m_{KW} \cdot c_{KW} \cdot (T_M - T_{KW}) + m_{WW} \cdot c_{WW} \cdot (T_M - T_{WW}) = 0 \tag{0.1.26}$$
$$\Leftrightarrow m_{WW} = \frac{-m_{KW} \cdot c_{KW} \cdot (T_M - T_{KW})}{c_{WW} \cdot (T_M - T_{WW})} \tag{0.1.27}$$
$$= \frac{-m_{KW} \cdot (T_M - T_{KW})}{T_M - T_{WW}} \tag{0.1.28}$$
$$= \underline{\underline{96.92\,\mathrm{kg}}} \tag{0.1.29}$$

Im zweitletzten Schritt wurde verwendet, dass $c_{KW} = c_{WW}$ ist.

24) Ein Wärmespeicher aus Wasser soll im Sommer durch Kollektoren aufgeheizt werden und im Winter durch Wärmeabgabe ein Haus heizen. Welche Masse Wasser muss der Speicher umfassen, wenn im Winter durch eine Temperaturverminderung von $50\,°\mathrm{C}$ auf $35\,°\mathrm{C}$ eine Wärmemenge abgegeben werden soll, die dem Heizwert[1] von 3000 kg Heizöl entspricht?

Lösung: Der Heizwert pro Kilogramm für das Heizöl beträgt $H_u = 42.7 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$. Gegeben ist zudem $m_H = 3000\,\mathrm{kg}$, $\Delta T = 15\,°\mathrm{C}$ und $c_W = 4182\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\,°\mathrm{C}}$. Die Masse m_W von Wasser beträgt:

[1] Der Heizwert ist eine physikalische Grösse, die angibt, wie viele Joule Energie frei werden, wenn man ein Kilogramm des betreffenden Stoffs verbrennt, Tabelle hierzu auf S.102 im Fundamentum.

Lösung:

$$Q = H \quad (0.1.30)$$
$$\Leftrightarrow m_W \cdot c_W \cdot \Delta T = H_u \cdot m_H \quad (0.1.31)$$
$$\Leftrightarrow m_W = \frac{H_u \cdot m_H}{c_W \cdot \Delta T} = \underline{\underline{2042085.13\,\text{kg}}} \approx \underline{\underline{2042.1\,\text{t}}} \quad (0.1.32)$$

25) In manchen Restaurants werden heisse Speisen auf vorgewärmte Tellern serviert. Ohne diese Massnahme kühlen die heissen Speisen schon beim Anrichten stark ab. Die Suppe (= Wasser) zum Beispiel hat im Topf eine Temperatur von 95 °C. Von ihr werden 240 g auf einen Porzellanteller (hat die gleichen thermischen Eigenschaften wie Glas) mit einer Masse von 610 g gegeben. Welche Anfangstemperatur müsste der Teller haben, damit sich allein durch den Temperaturausgleich zwischen der Suppe und dem Teller eine Temperatur von 80 °C einstellen würde?

Lösung: Abkürzungen: G = Glas und W = Wasser.
Gegeben sind die folgenden Grössen: $m_G = 0.61\,\text{kg}$, $c_G = 800\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$, $T_M = 80\,°\text{C}$, $m_W = 0.24\,\text{kg}$, $c_W = 4182\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$ und $T_W = 95\,°\text{C}$. Das Glas nimmt die Wärme auf und das Wasser gibt die Wärme ab. Die Temperatur des Porzellantellers (= Glas) beträgt:

$$Q_{auf,G} + Q_{ab,W} = 0 \quad (0.1.33)$$
$$\Leftrightarrow m_G \cdot c_G \cdot (T_M - T_G) + m_W \cdot c_W \cdot (T_M - T_W) = 0 \quad (0.1.34)$$
$$\Leftrightarrow T_G = \frac{m_G \cdot c_G \cdot T_M + m_W \cdot c_W \cdot (T_M - T_W)}{m_G \cdot c_G} \quad (0.1.35)$$
$$= \underline{\underline{49.15\,°\text{C}}} \quad (0.1.36)$$

26) Jedes Thermometer, das in eine Flüssigkeit getaucht wird, verändert die Temperatur, die eigentlich gemessen werden soll (ausser wenn es zufällig die gleiche Temperatur wie die Flüssigkeit hat). Untersuchen Sie am folgenden realen Beispiel, wie gross dieser Effekt ist:
Ein Stabthermometer, das nur aus Glas und Quecksilber besteht, hat eine Anfangstemperatur von 22.3 °C. Es wird in 110 g Wasser von 60.0 °C getaucht. Dabei werden 6.38 g Quecksilber und 1.26 g Glas des Thermometers erwärmt. Welche Temperatur zeigt das Thermometer maximal an?

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: $T_G = 22.3\,°\text{C}$, $T_{Hg} = 22.3\,°\text{C}$, $m_G = 0.00126\,\text{kg}$, $m_{Hg} = 0.00638\,\text{kg}$, $m_W = 0.110\,\text{kg}$, $T_W = 60\,°\text{C}$, $c_G = 800\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$, $c_W = 4182\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$ und $c_{Hg} = 139\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$. Wir berechnen zuerst die Mischtemperatur:

$$Q_{ab} + Q_{auf} = 0 \quad (0.1.37)$$
$$\Leftrightarrow m_W \cdot c_W \cdot (T_M - T_W) + m_G \cdot c_G \cdot (T_M - T_G) + m_{Hg} \cdot c_{Hg} \cdot (T_M - T_{Hg}) = 0 \quad (0.1.38)$$

Die Formel (0.1.38) kann nach T_M umgeformt werden und man erhält:

$$T_M = \frac{m_W \cdot c_W \cdot T_W + m_G \cdot c_G \cdot T_G + m_{Hg} \cdot c_{Hg} \cdot T_{Hg}}{m_W \cdot c_W + m_G \cdot c_G + m_{Hg} \cdot c_{Hg}} = \underline{\underline{59.85...\,°\text{C}}} \quad (0.1.39)$$

27) Ein $-18°C$ kalter Eisklotz der Masse 26.9 g wird in 954 g warmes Wasser der Temperatur 53.3°C geworfen. Der Eisklotz schmilzt komplett und es stellt sich eine Mischtemperatur von 49.4°C ein. Berechnen Sie daraus die spezifische Schmelzwärme L_S von Eis.

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: $T_E = -18°C$, $m_E = m_W = 0.0269\,\text{kg}$, $T_{WW} = 53.3°C$, $m_{WW} = 0.954\,\text{kg}$, $T_M = 49.4°C$, $c_E = 2100\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$, $c_W = 4182\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$. Die Schmelztemperatur von Eis beträgt $T_S = 0°C$. Die spezifische Schmelzwärme L_S kann wie folgt berechnet werden:

$$Q_E + Q_{Schmelz,E} + Q_W + Q_{WW} = 0 \quad (0.1.40)$$

$$\Leftrightarrow m_E \cdot c_E \cdot (T_S - T_E) + m_E \cdot L_S + m_W \cdot c_W \cdot (T_M - T_S) + m_{WW} \cdot c_W \cdot (T_M - T_{WW}) = 0 \quad (0.1.41)$$

Die Gleichung (0.1.41) nach L_S umgeformt und die bekannten Grössen eingesetzt, erhält man für die spezifische Schmelzwärme von Eis:

$$L_S = \frac{m_E \cdot c_E \cdot T_E - m_W \cdot c_W \cdot T_M - m_{WW} \cdot c_W \cdot (T_M - T_{WW})}{m_E} = \underline{\underline{334031.1\,\frac{\text{J}}{\text{kg}}}} \quad (0.1.42)$$

28) An einem heissen Nachmittag wollen Sie 1.5 Liter Sirup für die ganze Familie zubereiten. Der Sirup hat nach dem Mischen mit dem kalten Leitungswasser eine Temperatur von 14°C und ist wenig erfrischend. Sie geben deshalb 100 g Eiswürfel von $-10°C$ hinzu. Wie kühl werden die Familienmitglieder im günstigen Fall den Sirup geniessen können?

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: $T_E = -10°C$, $m_S = 1.5\,\text{kg}$, $T_S = 14°C$, $m_E = m_W = 0.1\,\text{kg}$, $c_E = 2100\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$, $c_W = 4182\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$, $L_S = 3.338 \cdot 10^5\,\frac{\text{J}}{\text{kg}}$. Die Schmelztemperatur von Eis beträgt $T_{SE} = 0°C$. Die Mischtemperatur T_M kann nun wie folgt berechnet werden:

$$Q_E + Q_{Schmelz,E} + Q_W + Q_S = 0 \quad (0.1.43)$$

$$\Leftrightarrow m_E \cdot c_E \cdot (T_{SE} - T_E) + m_E \cdot L_S + m_W \cdot c_W \cdot (T_M - T_{SE}) + m_S \cdot c_W \cdot (T_M - T_S) = 0 \quad (0.1.44)$$

Die Gleichung (0.1.44) nach T_M umgeformt und die bekannten Grössen eingesetzt, erhält man für die Mischtemperatur:

$$T_M = \frac{m_E \cdot c_E \cdot T_E - m_E \cdot L_S + m_S \cdot c_W \cdot T_S}{m_W \cdot c_W + m_S \cdot c_W} = \underline{\underline{7.8\,°\text{C}}} \quad (0.1.45)$$

29) Zu Sylvester machen Sie in fröhlicher Runde "Bleigiessen". Ihr Figürchen, das Sie schmelzen, hat eine Masse von 14.8 g. Sie giessen das flüssige Blei bei seiner Schmelztemperatur in 135 g Wasser mit der Anfangstemperatur 22.1°C. Auf welchen Wert steigt die Wassertemperatur höchstens an?

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: $T_B = 327.4°C$, $m_B = 0.0148\,\text{kg}$, $T_W = 22.1°C$, $m_W = 0.135\,\text{kg}$, $c_B = 129\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$, $c_W = 4182\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,°\text{C}}$, $L_S = 23000\,\frac{\text{J}}{\text{kg}}$. Die Mischtemperatur kann nun wie folgt berechnet werden:

$$Q_{Schmelz,B} + Q_B + Q_W = 0 \quad (0.1.46)$$

$$\Leftrightarrow m_B \cdot L_S + m_B \cdot c_B \cdot (T_M - T_B) + m_W \cdot c_W \cdot (T_M - T_W) = 0 \quad (0.1.47)$$

Die Gleichung (0.1.47) nach T_M umgeformt und die bekannten Grössen eingesetzt, erhält man für die Mischtemperatur:

$$T_M = \frac{-m_B \cdot L_S + m_B \cdot c_B \cdot T_B + m_W \cdot c_W \cdot T_W}{m_B \cdot c_B + m_W \cdot c_W} = \underline{\underline{22.5\,°\text{C}}} \quad (0.1.48)$$

30) Jemand erzählt Ihnen, er hätte bei normalem Luftdruck ein festes, glühendes Stück Eisen von ca. 120 g in einem Liter Wasser geworfen. Dabei sei rund 20% des Wassers verdampft. Ist das möglich? Führen Sie notwendige Abschätzungen und die entsprechenden Berechnungen durch, um die Frage zu beantworten.

Lösung: Für diese Aufgabe nehmen wir an, dass die Temperatur von Wasser $T_W = 20\,°\mathrm{C}$ beträgt. Die Siedetemperatur von Wasser beträgt $T_S = 100\,°\mathrm{C}$. Das bedeutet, der Temperaturunterschied von Wasser beträgt $\Delta T_W = 80\,°\mathrm{C}$. Gegeben sind noch weitere Grössen: $m_{Fe} = 0.12\,\mathrm{kg}$, $m_W = 1\,\mathrm{kg}$, $c_{Fe} = 450\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\,°\mathrm{C}}$, $c_W = 4182\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\,°\mathrm{C}}$, $L_V = 22.56 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$. Der Temperaturunterschied von Eisen kann nun wie folgt berechnet werden:

$$Q_{ab} + Q_{auf} = 0 \tag{0.1.49}$$

$$\Leftrightarrow m_{Fe} \cdot c_{Fe} \cdot \Delta T_{Fe} + m_W \cdot c_W \cdot \Delta T_W + (0.2 \cdot m_W) \cdot L_V = 0 \tag{0.1.50}$$

Die Gleichung (0.1.50) nach ΔT_{Fe} umgeformt und die bekannten Grössen eingesetzt, erhält man für den Temperaturunterschied für Eisen:

$$\Delta T_{Fe} = \frac{-m_W \cdot c_W \cdot \Delta T_W - 0.2 \cdot m_W \cdot L_V}{m_{Fe} \cdot c_{Fe}} = -14551.\bar{1}\,°\mathrm{C} \tag{0.1.51}$$

$$\Rightarrow 14551.\bar{1}\,°\mathrm{C} \tag{0.1.52}$$

Die Glühtemperatur von Eisen liegt ca. bei 800 °C. Aus diesem Grund handelt es sich um eine falsche Aussage.

31) Eine 10 cm dicke Eisschicht schmilzt an der Sonne. Wie viele Stunden Sonnenschein sind notwendig, um 1 m^2 dieser Schicht vollständig zu schmelzen? *(20% der einfallenden Energie werden vom Eis absorbiert, der Rest wird zurückgestrahlt. Die Solarkonstante S gibt an, welche Wärmeleistung pro* m^2 *abgegeben wird. Siehe Konstante im Fundamentum)*

Lösung: Gegeben ist die Dicke der Eisschicht $d = 0.1\,\mathrm{m}$, die Fläche $A = 1\,\mathrm{m}^2$, die Dichte $\rho_{Eis} = 917\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, die Solarkonstante $S = 1380\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$ und die spezifische Schmelzwärme $L_S = 3.338 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$. Das Volumen der Eisschicht beträgt:

$$V = d \cdot A = 0.1\,\mathrm{m}^3 \tag{0.1.53}$$

Mit der Dichte und dem Volumen kann die Masse berechnet werden:

$$m = \rho_{Eis} \cdot V = 91.7\,\mathrm{kg} \tag{0.1.54}$$

Da 20% absorbiert werden, beträgt die Heizleistung <u>pro Sekunde</u>:

$$P_{Heiz} = 0.2 \cdot S = 276\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \tag{0.1.55}$$

Aus diesen Angaben kann die Zeit berechnet werden, wie viele Stunden es notwendig sind, um 1 m^2 Eisschicht zu schmelzen:

$$P_{Heiz} \cdot t = Q_{Schmelz} \tag{0.1.56}$$

$$\Leftrightarrow P_{Heiz} \cdot t = L_S \cdot m \tag{0.1.57}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{L_S \cdot m}{P_{Heiz}} = 110903.8\,\mathrm{s} = \underline{\underline{30.8\,\mathrm{h}}} \tag{0.1.58}$$

32) Einem System werden 45 J mechanische Arbeit und 125 J Wärme zugeführt. Machen Sie mithilfe einer Rechnung eine quantitative Aussage über die Änderung der inneren Energie des Systems bei diesem Prozess.

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: $W = +45\,\mathrm{J}$ und $Q = +125\,\mathrm{J}$. Die Änderung der inneren Energie lässt sich nun wie folgt berechnen:

$$\Delta U = W + Q = \underline{\underline{170\,\mathrm{J}}} \tag{0.1.59}$$

Das heisst, die innere Energie nimmt um 170 J zu.

33) Ein System verrichtet eine mechanische Arbeit von 200 J, gleichzeitig soll sich die innere Energie des Systems aber um 50 J vergrössern. Machen Sie mithilfe einer Rechnung eine quantitative Aussage über die Wärme bei diesem Prozess.

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: $\Delta U = +50\,\mathrm{J}$ und $W = -200\,\mathrm{J}$. Die Wärme lässt sich nun wie folgt berechnen:

$$\Delta U = W + Q \tag{0.1.60}$$

$$\Leftrightarrow Q = \Delta U - W = \underline{\underline{250\,\mathrm{J}}} \tag{0.1.61}$$

Das heisst, dem System müssen 250 J Wärme zugeführt werden.

34) Bei einem Vorgang verliert ein System 200 J innere Energie und gibt 150 J Wärme ab. Machen Sie mithilfe einer Rechnung eine quantitative Aussage über die mechanische Arbeit bei diesem Prozess.

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: $\Delta U = -200\,\mathrm{J}$ und $Q = -150\,\mathrm{J}$. Die mechanische Arbeit lässt sich nun wie folgt berechnen:

$$\Delta U = W + Q \tag{0.1.62}$$

$$\Leftrightarrow W = \Delta U - Q = \underline{\underline{-50\,\mathrm{J}}} \tag{0.1.63}$$

Das heisst, das System verrichtet 50 J mechanische Arbeit.

35) Um wie viel verkürzt sich ein Messingstab ($\alpha_M = 18 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$) von 1 m Länge, wenn seine Temperatur um 20°C sinkt?

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: die Länge $l_0 = 1\,\mathrm{m}$, der Temperaturunterschied $\Delta T = 20°\mathrm{C} = 20\,\mathrm{K}$ und der Längenausdehnungskoeffizient $\alpha_M = 18 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$. Die Längenänderung beträgt:

$$\Delta l = \alpha_M \cdot l_0 \cdot \Delta T = 0.00036\,\mathrm{m} = \underline{\underline{0.36\,\mathrm{mm}}} \tag{0.1.64}$$

36) Wie gross ist die Längenänderung einer 120 m langen Eisenbahnschiene ($\alpha_E = 12.0 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$) bei einer Erwärmung um 50.0°C?

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: die Länge $l_0 = 120\,\mathrm{m}$, der Temperaturunterschied $\Delta T = 50°\mathrm{C} = 50\,\mathrm{K}$ und der Längenausdehnungskoeffizient $\alpha_E = 12 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$. Die Längenänderung beträgt:

$$\Delta l = \alpha_E \cdot l_0 \cdot \Delta T = 0.072\,\mathrm{m} = \underline{\underline{7.2\,\mathrm{cm}}} \tag{0.1.65}$$

37) Goldvermehrung: Um wie viele cm^3 vergrössert sich ein Goldwürfel, der bei 10°C eine Seitenlänge von 50 mm besitzt, bei der Erwärmung auf 100°C? ($\alpha_G = 14.3 \times 10^{-6}\,K^{-1}$)

Lösung: Die Seitenlänge von diesem Goldwürfel beträgt $a = 5\,cm$. Daraus kann das Volumen berechnet werden:

$$V_0 = a^3 = 125\,cm^3 \tag{0.1.66}$$

Der Temperaturunterschied beträgt $\Delta T = 100°C - 10°C = 90°C = 90\,K$. Mit der Längenausdehnungskoeffizient ($\alpha_G = 14.3 \times 10^{-6}\,K^{-1}$) kann der Volumenausdehnungskoeffizient berechnet werden:

$$\gamma_G = 3 \cdot \alpha_G = 42.9 \cdot 10^{-6}\,K^{-1} \tag{0.1.67}$$

Daraus folgt für die Volumenänderung:

$$\Delta V = \gamma_G \cdot V_0 \cdot \Delta T = \underline{\underline{0.483\,cm^3}} \tag{0.1.68}$$

38) Ein Metallrohr besitzt bei einer Temperatur von 21.5°C eine Länge von 50 cm. Bei der Erwärmung auf 98°C verlängert es sich auf 50.046 cm. Berechnen Sie den Längenausdehnungskoeffizienten α. Um welches Metall könnte es sich handeln?

Lösung: Gegeben ist die Länge $l_0 = 0.5\,m$. Die Temperaturdifferenz beträgt: $\Delta T = 98°C - 21.5°C = 76.5°C = 76.5\,K$. Die Längenänderung beträgt:

$$\Delta l = 50.046\,cm - 50\,cm = 0.046\,cm = 0.00046\,m \tag{0.1.69}$$

Mit diesen Angaben kann der Längenausdehnungskoeffizient berechnet werden:

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T \tag{0.1.70}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta T} = 12.02 \ldots \cdot 10^{-6}\,K^{-1} \tag{0.1.71}$$

Schaut man den Wert im Formelbuch nach, kann man herausfinden, dass es sich hier um das Metall Eisen handelt.

39) Schienen werden in einer Länge von 120 m gewalzt. Wie gross ist die Längenausdehnung einer Eisenbahnschiene zwischen Sommer und Winter? Die Temperatur der Schiene variiere zwischen –20°C und 50°C.

Lösung: Gegeben ist die Länge $l = 120\,m$, der Längenausdehnungskoeffizient $\alpha_E = 12 \times 10^{-6}\,K^{-1}$ und die Temperaturdifferenz $\Delta T = 50°C - (-20°C) = 70°C = 70\,K$. Daraus kann die Längenausdehnung berechnet werden:

$$\Delta l = \alpha_E \cdot l_0 \cdot \Delta T = 0.1008\,m = \underline{\underline{10.08\,cm}} \tag{0.1.72}$$

40) Damit die Fahrleitung bei der Bahn immer gleich stark durchhängt, baut man Spannvorrichtungen. Eine solche Spannvorrichtung ist in der Skizze unten dargestellt. Der Abstand der Masten beträgt 35 m. Die Fahrleitung besteht aus Kupfer. Um wie viel °C hat sich die Leitung erwärmt, wenn sich der Körper um die Höhe $h = 9.0\,mm$ abgesenkt hat?

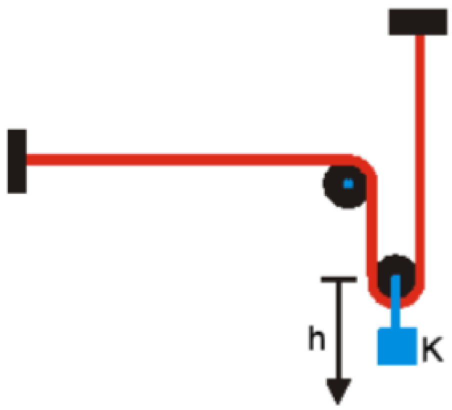


Abbildung 1: Fahrleitung bei der Bahn.

Lösung: Gegeben ist die Länge $l_0 = 35\,\text{m}$ und $\alpha_{Cu} = 16.8 \times 10^{-6}\,\text{K}^{-1}$. Die Höhe ist $h = 0.009\,\text{m}$, das bedeutet die Längenausdehnung beträgt $\Delta\, l = 0.018\,\text{m}$. Der Temperaturunterschied kann nun wie folgt berechnet werden:

$$\Delta\, l = \alpha_{Cu} \cdot l_0 \cdot \Delta T \tag{0.1.73}$$

$$\Leftrightarrow \Delta T = \frac{\Delta l}{\alpha_{Cu} \cdot l_0} = 30.6\,\text{K} = \underline{\underline{30.6\,^\circ\text{C}}} \tag{0.1.74}$$

41) Präzisionsmesswerkzeuge für mechanische Werkstätten werden üblicherweise bei 20°C geeicht. Die Bearbeitungstoleranz bei der Bearbeitung von Werkstücken liegt oftmals bei $\frac{1}{100}$ mm.

a) Ein Messingstab hat bei 20°C eine Länge von 50.00 mm. Auf welche Temperatur darf er maximal erwärmt werden, damit er sich um nicht mehr als $\frac{1}{100}$ mm ausdehnt?

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: $\Delta\, l = 0.01\,\text{mm}$, $l_0 = 50\,\text{mm}$ und $\alpha_M = 18 \times 10^{-6}\,\text{K}^{-1}$. Die Temperaturdifferenz lässt sich nun wie folgt berechnen:

$$\Delta\, l = \alpha_M \cdot l_0 \cdot \Delta T \tag{0.1.75}$$

$$\Leftrightarrow \Delta T = \frac{\Delta l}{\alpha_M \cdot l_0} = 11.\bar{1}\,\text{K} = 11.\bar{1}\,^\circ\text{C} \tag{0.1.76}$$

Somit beträgt die maximale Temperatur, auf die der Messingstab erwärmt werden darf:

$$T = 20^\circ\text{C} + 11.\bar{1}\,^\circ\text{C} = \underline{\underline{31.\bar{1}\,^\circ\text{C}}} \tag{0.1.77}$$

b) Eine bei 20°C geeichte Schublehre aus V2A – Stahl ist versehentlich auf einem Heizkörper liegen geblieben und dadurch auf 40°C erwärmt worden. Wie lang ist ein Werkstück tatsächlich, wenn eine Messung mit dieser Schublehre den Wert 163.35 mm ergeben hat?

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: $l_0 = 163.35\,\text{mm}$, $\alpha_S = 16 \times 10^{-6}\,\text{K}^{-1}$ und die Temperaturdifferenz $\Delta\, T = 20^\circ\text{C} = 20\,\text{K}$. Die tatsächliche Länge des Werkstücks beträgt:

$$l = l_0 + \Delta\, l \tag{0.1.78}$$

$$= l_0 + \alpha_S \cdot l_0 \cdot \Delta\, T = \underline{\underline{163.40\,\text{mm}}} \tag{0.1.79}$$

c) Weshalb ist es besser solche Werkzeuge aus Invar herzustellen?

Lösung: Der Wärmeausdehnungskoeffizient von Invar ist sehr klein.

42) Die Ganggeschwindigkeit einer Pendeluhr hängt von der Pendellänge ab: Lange Pendel schwingen langsamer als kurze. Bei steigender Temperatur wird das Pendel länger und damit die Uhr langsamer. Temperaturschwankungen stören also die Genauigkeit. Durch Verwendung verschiedener geeigneter Metalle und spezieller Konstruktionsweisen kann jedoch erreicht werden, dass sich die temperaturbedingten Veränderungen gegenseitig aufheben und die Pendelstange gleich lang bleibt. So kann der Temperaturfehler korrigiert werden. Die Erfindung geht auf John Harrison (um 1725) zurück. Die Skizze unten zeigt schematisch den Aufbau eines solchen Kompensationspendels: Zwischen zwei Eisenstäben der Länge l_1 befindet sich ein Zinkstab der Länge l_2. In welchem Verhältnis müssen die beiden Längen stehen, damit die Gesamtlänge s bei einer Temperaturänderung erhalten bleibt?

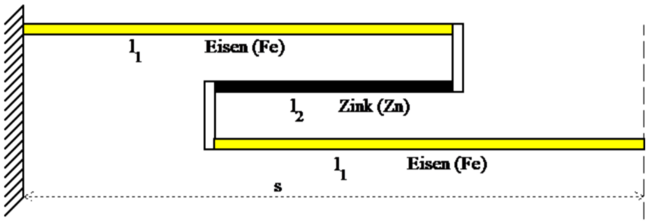


Abbildung 2: Spezielle Konstruktionsweise bei einer Pendeluhr

Lösung: Gegeben sind die folgenden Grössen: $\alpha_{Zn} = 26.3 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$ und $\alpha_{Fe} = 12 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$. Gesucht ist das Verhältnis der beiden Längen, also l_1/l_2. Betrachtet man die Skizze, kann die untenstehende Gleichung aufgestellt und so das Verhältnis berechnet werden.

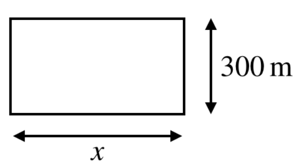
$$2 \cdot \Delta\, l_1 = \Delta\, l_2 \tag{0.1.80}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot l_1 \cdot \alpha_{Fe} \cdot \Delta\, T = l_2 \cdot \alpha_{Zn} \cdot \Delta\, T \tag{0.1.81}$$

$$\Leftrightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{\alpha_{Zn}}{2 \cdot \alpha_{Fe}} = \underline{\underline{1.1}} \tag{0.1.82}$$

43) Wird von einer Klimaerwärmung von 2°C und einem Meeresspiegelanstieg von 30 cm gesprochen, denkt jeder zuerst an die Gletscher und die Polareiskappen, die wegschmelzen. Dass aber fast die Hälfte des Anstiegs allein auf die Ausdehnung des Meereswassers zurückzuführen ist, können Sie mit einer vereinfachenden Abschätzung selbst nachrechnen: Die Ozeane bedecken rund 70% unserer Erdoberfläche. Die Wasserschicht, die sich bei einer globalen Erwärmung erwärmen würde, ist ca. 300 m dick. Tiefer liegende Schichten bleiben aufgrund ihres Salzgehalts und der viel tieferen Temperaturen praktisch unbeeinflusst. Gehen Sie bei Ihrer Abschätzung von einem festen, rechteckigen Meeresbecken aus.

Lösung:
x ist die Oberfläche der Erde und beträgt $x = 4\,\pi\, r_E^2 = 5.1 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m}^2$, wobei $r_E = 6371000\,\mathrm{m}$ der Radius der Erde ist. Das Volumen beträgt:



$$V_0 = 0.7 \cdot x \cdot 300\,\mathrm{m} = 1.07 \cdot 10^{17}\,\mathrm{m}^3 \tag{0.1.83}$$

Die Volumenausdehnung lässt sich wie folgt berechnen:

$$\Delta\, V = \gamma_{H_2O} \cdot V_0 \cdot \Delta\, T = 4.4216 \cdot 10^{13}\,\mathrm{m}^3 \tag{0.1.84}$$

wobei $\gamma_{H_2O} = 0.2064 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$ und $\Delta\, T = 2°\mathrm{C} = 2\,\mathrm{K}$ ist. Daraus folgt für die Höhe des Meeresspiegelanstiegs:

$$\Delta\, h = \frac{\Delta V}{0.7 \cdot x} = 0.12384\,\mathrm{m} = \underline{\underline{12.4\,\mathrm{cm}}} \tag{0.1.85}$$

44) Eine 40W–Glühbirne im Sockel einer Lavalampe erwärmt grün gefärbten Benzylalkohol der Dichte $1045\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Dieser steigt in grösseren oder kleineren Tropfen im klaren Salzwasser auf, das den Rest der Lampe ausfüllt. Nach einer gewissen Zeit jedoch sinkt es wieder in interessanten Gebilden auf den Grund. Erklären Sie, weshalb der Benzylalkohol die beobachtete Bewegung ausführt.

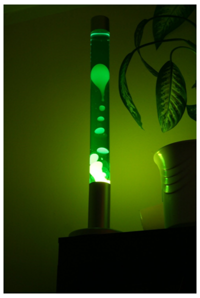


Abbildung 3: Lavalampe

Lösung: Der Benzylalkohol hat bei Zimmertemperatur eine höhere Dichte als Salzwasser. Bei Erwärmung dehnt sich der Benzylalkohol stärker aus als das Salzwasser. Sobald der Benzylalkohol die geringere Dichte als das umgebende Salzwasser aufweist, beginnt er zu steigen. Auf seiner Reise im Salzwasser gibt er ständig Wärme ab, wodurch er sich abkühlt und dichter wird. Sobald seine Dichte grösser ist als diejenige des Salzwassers, sinkt er.

45) Baden im See, das macht allen Spass! Doch haben Sie sich auch schon einmal gewundert, weshalb das kühlere Flusswasser nicht an der Seeoberfläche bleibt, sondern glücklicherweise absinkt? Das kalte Wasser muss eine grössere Dichte haben als das warme. Das Flusswasser habe eine Temperatur von 14°C, das Seewasser eine von 20°C. In der Formelsammlung finden Sie leider nur die Dichte für Wasser bei 20°C. Doch können Sie mit dem Volumenausdehnungskoeffizienten die Dichte des kälteren Wassers abschätzen. Welche Dichte hat das Flusswasser?

Lösung: Gegeben sind die folgenden Angaben: die Temperatur von Flusswasser $T_F = 14°\mathrm{C}$, die Temperatur von Seewasser $T_S = 20°\mathrm{C}$, die Dichte von Wasser bei 20°C $\rho_{H_2O,20°\mathrm{C}} = 998\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ und die Temperaturdifferenz $\Delta T = 6°\mathrm{C} = 6\,\mathrm{K}$. Es gilt hier die Erhaltung der Masse:

$$m_1 = m_2 \tag{0.1.86}$$

wobei der Index "1" für Seewasser und der Index "2" für Flusswasser steht. Mit der Definition der Dichte $\rho = \frac{m}{V}$ und mit $V_1 = V_2 + \Delta V$ kann die Gleichung (0.1.86) nach der Dichte von Flusswasser ρ_2 umgeformt werden:

$$\begin{aligned}
m_1 &= m_2 && (0.1.87)\\
\Leftrightarrow \rho_1 \cdot V_1 &= \rho_2 \cdot V_2 && (0.1.88)\\
\Leftrightarrow \rho_1 \cdot (V_2 + \Delta V) &= \rho_2 \cdot V_2 && (0.1.89)\\
\Leftrightarrow \rho_1 \cdot V_2 + \rho_1 \cdot \Delta V &= \rho_2 \cdot V_2 && (0.1.90)\\
\Leftrightarrow \rho_1 \cdot V_2 + \rho_1 \cdot \gamma \cdot V_2 \cdot \Delta T &= \rho_2 \cdot V_2 && (0.1.91)\\
\Leftrightarrow \rho_2 &= \frac{\rho_1 \cdot V_2 + \rho_1 \cdot \gamma \cdot V_2 \cdot \Delta T}{V_2} && (0.1.92)\\
&= \rho_1 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T) \approx \underline{\underline{999.24\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}} && (0.1.93)
\end{aligned}$$

wobei $\gamma = 0.21 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$ beträgt.

46) Eine Taucherflasche mit einem Volumen von 20 l ist mit Luft gefüllt. Der Luftdruck in der Flasche beträgt 200 bar, die Temperatur 30°C. (Information: Luft ist oberhalb der kritischen Temperatur von −140.7°C nicht durch Druckerhöhung verflüssigbar. Somit ist die Luft in der Taucherflasche immer noch gasförmig).

a) Wie gross ist der Druck in der Taucherflasche bei 50°C?

Lösung: Gegeben sind $p_0 = 200\,\text{bar}$, $T_0 = 30°\text{C} = 303.15\,\text{K}$, $T_1 = 50°\text{C} = 323.15\,\text{K}$. Das Volumen bleibt konstant und gesucht ist der Druck p_1. Es gilt:

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1} \tag{0.1.94}$$

Die Gleichung (0.1.94) kann nach p_1 umgeformt werden und man erhält:

$$p_1 = \frac{p_0 \cdot T_1}{T_0} = \underline{\underline{213.19\,\text{bar}}} \tag{0.1.95}$$

b) Bei welcher Temperatur beträgt der Druck 190 bar?

Lösung: Gegeben sind $p_0 = 200\,\text{bar}$, $T_0 = 30°\text{C} = 303.15\,\text{K}$ und $p_1 = 190\,\text{bar}$. Das Volumen bleibt konstant und gesucht ist die Temperatur T_1. Es gilt:

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1} \tag{0.1.96}$$

Die Gleichung (0.1.96) kann nach T_1 umgeformt werden und man erhält:

$$T_1 = \frac{p_1 \cdot T_0}{p_0} = 287.9925\,\text{K} = 14.8425°\text{C} \approx \underline{\underline{14.84°\text{C}}} \tag{0.1.97}$$

47) Ein Autopneu mit konstantem Volumen wird bei einer Temperatur von 20.0°C aufgepumpt. Das Messgerät zeigt einen Überdruck (bzw. den Umgebungsdruck) von 2.20 bar an (ca. 2.20 atü). Der Umgebungsluftdruck beträgt 1.00 bar. Wie gross ist der Überdruck im Pneu, wenn die Temperatur auf 60.0°C steigt?

Lösung: Gegeben sind $T_0 = 20°\text{C} = 293.15\,\text{K}$, $p_0 = 2.2\,\text{bar}$ und $T_1 = 60°\text{C} = 333.15\,\text{K}$. Das Volumen bleibt konstant. Es gilt:

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1} \tag{0.1.98}$$

Die Gleichung (0.1.98) kann nach p_1 umgeformt werden und man erhält:

$$p_1 = \frac{p_0 \cdot T_1}{T_0} = \underline{\underline{2.5\,\text{bar}}} \tag{0.1.99}$$

48) Ein schwarzer grosser Sack wird mit 350 Liter Luft bei 22.0°C gefüllt und verschlossen. Die Sonne erwärmt die eingeschlossene Luft auf 48.0°C. Die Hülle bleibt dabei schlaff. Welches Volumen hat der Sack nach dem Erwärmen?

Lösung: Gegeben sind $V_0 = 350\,\text{l}$, $T_0 = 22°\text{C} = 295.15\,\text{K}$ und $T_1 = 48°\text{C} = 321.15\,\text{K}$. Der Druck bleibt konstant und gesucht ist das Volumen V_1. Es gilt:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1} \tag{0.1.100}$$

Lösung: Die Gleichung (0.1.100) kann nach V_1 umgeformt werden und man erhält:

$$V_1 = \frac{V_0 \cdot T_1}{V_0} = \underline{\underline{380.83\,\mathrm{l}}} \tag{0.1.101}$$

49) Ein kugelförmiger Luftballon enthält Luft von 20.0°C bei einem Druck von 1020 mbar. Der Durchmesser des Ballons beträgt 28.4 cm. Der Ballon wird ins Freie gebracht, wo eine Temperatur von −6.00°C herrscht. Auf welchen Durchmesser wird der Ballon dabei schrumpfen?

Lösung: Gegeben sind $T_0 = 20.0°\mathrm{C} = 293.15\,\mathrm{K}$, $d_0 = 0.284\,\mathrm{m}$ und $T_1 = -6°\mathrm{C} = 267.15\,\mathrm{K}$. Der Druck bleibt konstant und gesucht ist der Durchmesser d_1. Zuerst wird das Volumen V_0 berechnet:

$$V_0 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \tag{0.1.102}$$
$$= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_0}{2}\right)^3 \tag{0.1.103}$$
$$= \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d_0^3 \tag{0.1.104}$$

In ähnlicher Art und Weise kann auch V_1 berechnet werden mit dem Durchmesser d_1 und es gilt:

$$V_1 = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d_1^3 \tag{0.1.105}$$

Da der Druck konstant bleibt, gilt:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1} \tag{0.1.106}$$

Die Gleichung (0.1.106) kann nach V_1 umgeformt werden. Anschliessend werden die Gleichungen (0.1.104) und (0.1.105) eingesetzt und nach d_1 umgeformt:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1} \tag{0.1.107}$$
$$\Leftrightarrow V_1 = \frac{V_0 \cdot T_1}{T_0} \tag{0.1.108}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d_1^3 = \frac{\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d_0^3 \cdot T_1}{T_0} \tag{0.1.109}$$
$$\Leftrightarrow d_1 = \sqrt[3]{\frac{d_0^3 \cdot T_1}{T_0}} = 0.2753\ldots\,\mathrm{m} \approx \underline{\underline{27.53\,\mathrm{cm}}} \tag{0.1.110}$$

50) Eine Gasmenge hat bei 293.15 K (20°C) und 1025 mbar das Volumen 25 cm^3. Welches Volumen hat das Gas bei Normbedingungen, also bei 0°C und 1013 mbar?

Lösung: Gegeben sind $T_0 = 293.15\,\mathrm{K}$, $p_0 = 102500\,\mathrm{Pa}$, $V_0 = 0.000025\,\mathrm{m}^3$, $T_1 = 273.15\,\mathrm{K}$ und $p_1 = 101300\,\mathrm{Pa}$. Gesucht ist V_1. Es gilt:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} \tag{0.1.111}$$

Die Gleichung (0.1.111) kann nach V_1 umgeformt werden und man erhält:

$$V_1 = \frac{p_0 \cdot V_0 \cdot T_1}{T_0 \cdot p_1} = 0.00002357\,\mathrm{m}^3 = \underline{\underline{23.57\,\mathrm{cm}^3}} \tag{0.1.112}$$

51) Welches Volumen bekommt ein mit Wasserstoff gefüllter Ballon, der bei 1012 mbar und 15°C ein Volumen von 150 m^3 hat, wenn in grosser Höhe ein Druck von 350 mbar und eine Temperatur von −50°C herrschen?
Folgefrage: Welcher Einfluss überwiegt, der des Drucks oder der der Temperatur? Nehmen Sie dabei an, dass die Hülle des Ballons so beschaffen ist, dass zwischen Aussen− und Innendruck kein Unterschied besteht.

Lösung: Gegeben sind $p_0 = 101200\,\mathrm{Pa}$, $T_0 = 15°\mathrm{C} = 288.15\,\mathrm{K}$, $V_0 = 150\,\mathrm{m}^3$, $p_1 = 35000\,\mathrm{Pa}$ und $T_1 = -50°\mathrm{C} = 223.15\,\mathrm{K}$. Gesucht ist V_1. Es gilt:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} \tag{0.1.113}$$

Die Gleichung (0.1.113) kann nach V_1 umgeformt werden und man erhält:

$$V_1 = \frac{p_0 \cdot V_0 \cdot T_1}{T_0 \cdot p_1} \approx \underline{\underline{335.87\,\mathrm{m}^3}} \tag{0.1.114}$$